

# parte 1

- 1** RICHIAMI DI STATICA E CONSIDERAZIONI GENERALI
- 2** PRESCRIZIONE DEI MATERIALI E DISEGNO DELLA CARPENTERIA
- 3** COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?

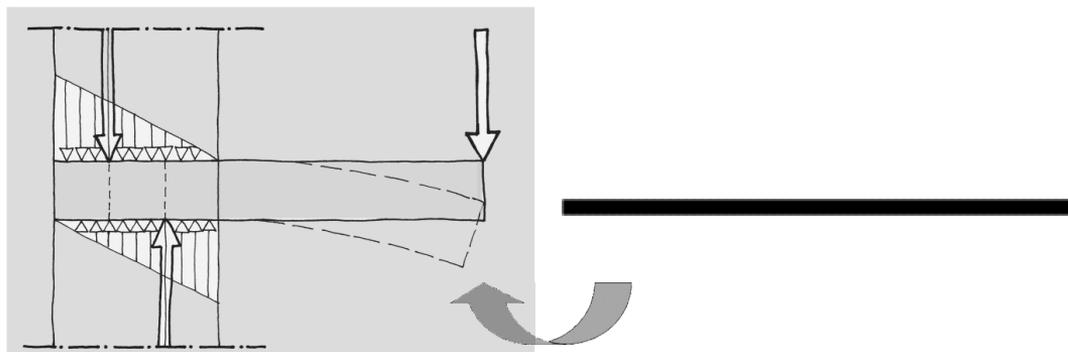
Lo scopo è quello di fornire rudimenti, strumenti e conoscenze fondamentali nonché propedeutiche all'impostazione di un pre-dimensionamento strutturale di una qualsiasi struttura.



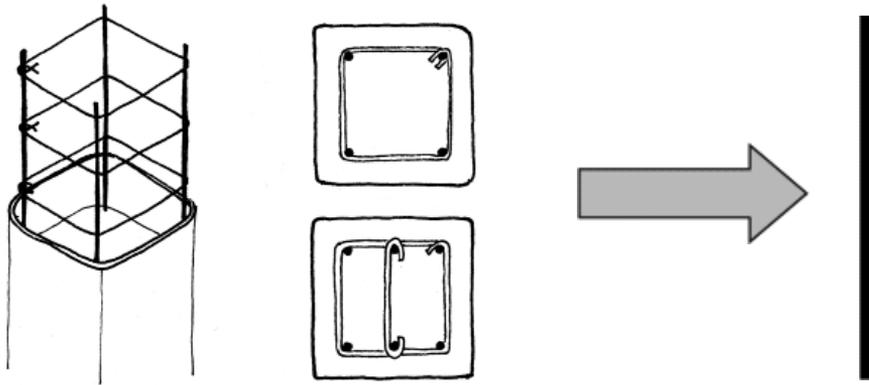
Prima di proseguire nell'esame della prova vera e propria è opportuno procedere ad un rapido richiamo dei fondamentali principi di statica, soffermando l'attenzione su alcuni aspetti progettuali che potrebbero rivelarsi importanti in particolari situazioni previste nei temi.

## 1.1 – La statica

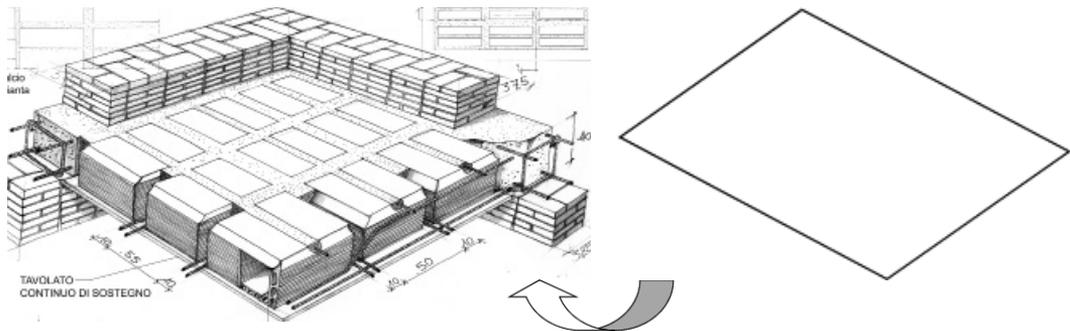
Procediamo anzitutto a definire che cosa è la statica e di quali aspetti si occupa. La statica è una parte della fisica, ed ancor meglio della meccanica, che va ad operare in sistemi di forze che si trovano in uno stato di equilibrio. I corpi soggetti a delle forze, dette azioni, e liberi di muoversi nello spazio producono moti di traslazione e/o di rotazione; quando a questi applichiamo dei vincoli i corpi perdono parte o tutte le loro libertà di movimento – in altri termini i vincoli non fanno altro che mettere il sistema in equilibrio innescando delle forze dette reazioni vincolari o semplicemente reazioni che vanno ad annullare il moto stesso. Ma come si rappresenta un corpo? Vista la casistica infinita di forme che la natura e l'ingegno umano sono in grado di mettere in campo, non è semplice dare una risposta in due righe; sarà quindi utile restringere il campo alla sola architettura, od ancor meglio a quelle forme semplici che in generale la rappresentano. Nel nostro campo in generale si procede rappresentando un **corpo**, o meglio ancora componente tecnologico, attraverso la dimensione, o dimensioni, che è preponderante sulle altre – ovvero **la trave od uno sbalzo** ad esempio ha la dimensione longitudinale che prevale su quelle trasversali (base ed altezza della sezione) quindi il tutto si riduce ad una riga orizzontale o secondo l'inclinazione dell'elemento come posto in opera.....



Analogo discorso vale per il pilastro



Lo stesso dicasi per il solaio caso in cui due dimensioni, larghezza e lunghezza, sono prevalenti sulla terza, lo spessore



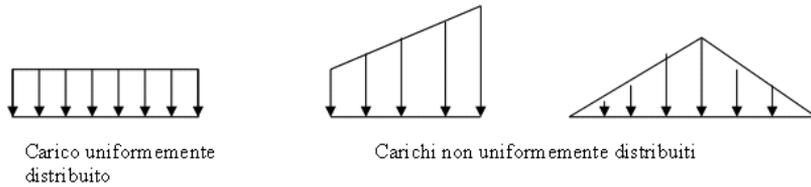
E così via, in generale, per qual si voglia elemento.

Il secondo elemento componente lo studio della statica, le **forze** od **azioni**, è soggetto ad un processo di astrazione figurativa analogo a quello appena visto per i corpi.

Le azioni si suddividono in due grandi classi omnicomprensive le forze concentrate e le forze ripartite, a loro volta articolate in uniformemente ripartite e non uniformemente ripartite.

↓ I carichi concentrati sono raffigurati attraverso la rappresentazione vettoriale, ma limitatamente alle sole direzione, verso e punto di applicazione; infatti per l'uso che ne fa la statica la componente relativa all'intensità non è necessaria e viene sostituita dal valore numerico con la relativa unità di misura (es: 100kg; 50 daN; 2Q;.....).

Discorso analogo, anche se leggermente più complesso, viene fatto per i carichi distribuiti; questi, come dice lo stesso nome, sono distribuiti, uniformemente o meno per tutta o parte della lunghezza, detta luce, del corpo. In altri termini si può pensare al carico ripartito come ad un carico concentrato rapportato alla lunghezza dell'elemento sul quale agisce; ci è di conforto in questa affermazione, l'analisi dimensionale – mentre il carico concentrato è espresso in kg (ad esempio), quello ripartito è espresso in kg/m (sempre ad esempio) – è possibile quindi passare da un carico concentrato ad uno ripartito tanto quanto da uno ripartito ad uno concentrato.



Per quanto attiene alla questione dell'uniformemente o non uniformemente distribuito, va detto che i secondi sono utilizzati o nei corsi di statica, per allenare la mente ad assimilare un concetto per applicarlo all'infinita varietà di casi, od a casi di architettura legati a fatti di progettazione estremamente specifici. In generale i casi prevedono il ricorso all'ipotesi di forze uniformemente ripartite; questo anche perché è assai difficile che chi si occupa del progetto sia anche lo stesso che si preoccupa dell'arredo, ma anche nell'ipotesi che siano lo stesso professionista le due fasi concettuali sono così distanti tra loro da non poter essere poste in interazione diretta – per questo ci viene in aiuto, come vedremo in seguito, la normativa; la quale classificando una certa casistica di destinazioni d'uso ci fornisce le rispettive forze applicate o come le chiameremo in seguito i carichi minimi di esercizio. Il terzo componente cui la statica di base fa riferimento è il vincolo che come abbiamo detto è quel qualche cosa che si oppone al moto indiscriminato del corpo altrimenti libero. In generale si individuano tre tipi di vincolo classificati secondo i loro gradi di libertà (ovvero i movimenti che consentono) ed il corrispondente numeri di vincoli (ovvero i movimenti impediti)

NOME	RAPPRESENTAZIONE	G.L.	N.V.	NOTE
<b>Carrello</b> (pendolo)		2	1	I G.L. si riferiscono alla rotazione consentita dalla cerniera in testa ed alla traslazione orizzontale secondo x consentita dal carrello – rimane impedita la traslazione verticale secondo la direttrice y
<b>Cerniera</b>		1	2	L'unico G.L. concesso è riferito alla rotazione della cerniera in testa mentre entrambe le traslazioni x e y sono impedito
<b>Incastro scorrevole</b> (doppio pendolo)		1	2	L'unico G.L. concesso è riferito alla traslazione secondo x mentre la traslazione secondo y e la rotazione sono impedito
<b>Incastro</b> (triplo pendolo)		0	3	Il vincolo è assimilabile nella realtà all'asta di una bandiera, sono impedito sia la rotazione che le due traslazioni

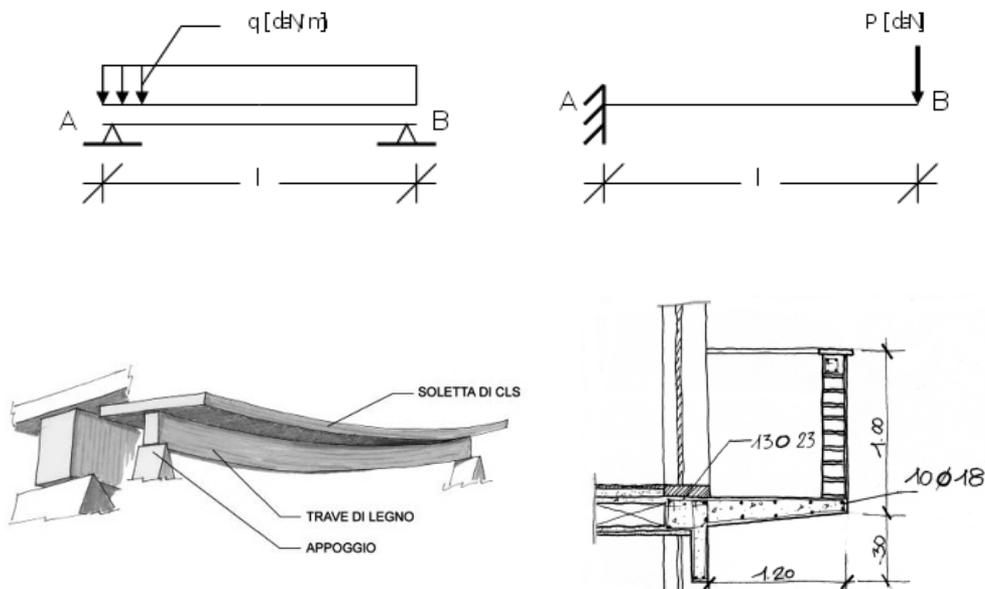
[NOTA: i vincoli sono rappresentati come normalmente vengono utilizzati e/o rappresentati; non di meno possono essere posizionati in qual si voglia modo nel piano con le ovvie ricadute sulle reazioni vincolari]

Come si vede la somma di gradi di libertà e numero dei vincoli dà sempre tre questo perchè la statica del corpo libero di muoversi nello spazio, di cui si parlava in introduzione, per noi si riduce alla statica piana dei corpi rigidi – ovvero:

1. per astrazione si considerano i corpi come giacenti su un piano (il foglio) fornito di coordinate cartesiane  $x$  e  $y$  coincidenti rispettivamente con le azioni e reazioni orizzontali e verticali quindi una rotazione, simile a quella delle lancette dell'orologio che appunto agiscono su un piano
2. supponiamo anche che il nostro corpo sia indeformabile – mentre nella realtà un corpo anche molto rigido tende a deformarsi prima di giungere a rottura dissipando in tal modo parte dell' energia, per noi le strutture sono invece indeformabili ovvero trasmettono integralmente e senza variazione della direzione gli sforzi sui vincoli

Ai vincoli visti poco sopra, vanno ad aggiungersi tutta una serie di altre casistiche, cerniere interne ad "n" aste, glifo, doppio doppio-pendolo, e tanti altri, frutto spesso di sovrapposizione di elementi semplici, che qui non tratteremo anche perchè piuttosto difficile (anche se non impossibili) trovarli ordinariamente e comunque non oggetto della seconda prova scritta.

Con questi tre elementi possiamo comporre quello che viene denominato diagramma statico di riferimento e che rappresenta non la realtà architettonica della struttura ma le sue componenti statiche essenziali a definirne il comportamento; a ciò fanno riferimento i diagrammi esemplificativi posti a seguire.



## 1.2 – Le equazioni cardinali della statica

La definizione di statica ci ha permesso di ricordare come e perchè viene costruito il diagramma statico di riferimento, tuttavia non ha dato una risposta a tutti gli interrogativi, infatti rimane aperta la questione che era alla base dei corsi di scienze – ovvero determinare le reazioni vincolari. Rammentiamo allora che proprio in funzione del rapporto fra gradi di libertà e numero dei vincoli avevamo una generica classificazione che ci consentiva di capire quale fosse il da farsi

G.L. >;=;< N.V.	Sistema	Staticamente
G.L. > N.V.	LABILE	IMPOSSIBILE
G.L. = N.V.	ISOSTATICO	DETERMINATO
G.L. < N.V.	IPERSTATICO	INDETERMINATO

un sistema labile corrisponde ad un sistema non in equilibrio e quindi non di competenza della disciplina della statica (anche perchè nei dimensionamenti strutturali la ricerca è votata all'esatto opposto); un sistema iperstatico è di fatto la cosa più frequente ed ordinaria che si possa trovare in architettura ma è un problema che la statica con i suoi mezzi non è in grado di risolvere (bisogna rivolgersi alla cinematica e passare per quelle che tutti ricordiamo come applicazione del Principio dei Lavori Virtuali) mentre un sistema isostatico è proprio nelle possibilità della statica risolverlo con relativa facilità – vediamo come.

Dall'equazione dei lavori virtuali, la condizione sintetica secondo cui:

$$L_v = R \cdot d\delta_o + M_o \cdot d\theta = 0$$

essendo arbitrario lo spostamento e la rotazione infinitesimale imposta, la condizione risulta soddisfatta solo se:

$$R = 0 \quad \text{e} \quad M_o = 0$$

la stessa condizione scritta in forma matriciale risulta:

$$\begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = 0$$

ora essendo vincolati sul piano il tutto si riduce a:

$$R_x = \Sigma x = 0 \quad R_y = \Sigma y = 0 \quad M_z = \Sigma M = 0$$

da raggruppare e sviluppare in un sistema di tre equazioni in tre incognite:

$$\begin{cases} R_x = \Sigma x = 0 \\ R_y = \Sigma y = 0 \\ M_z = \Sigma M = 0 \end{cases}$$

### 1.3 – Conclusioni

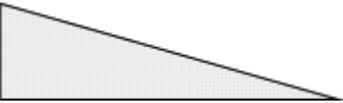
Quanto abbiamo cercato di proporre brevemente, ed in maniera volutamente semplificata deve essere considerato non più di un input o di un richiamo a nozioni basilari che dovrebbero comunque già essere proprie del bagaglio di conoscenze dell'architetto; tanto più che all'atto pratico della prova di pre-dimensionamento strutturale quanto esposto si può considerare più che sufficiente allo scopo.

Ricordiamo comunque che una qualunque struttura sottoposta a carichi concentrati o ripartiti sviluppa, comunque vincolata, sforzi di taglio, momento flettente e momento torcente da determinare in quantità ed andamento.

In generale andrebbe scritta una legge di variazione per le diverse tensioni che ne identifichino la distribuzione e consentano di andarne a calcolare il valore in qual si voglia punto dell'elemento; ma per le condizioni nelle quali ci troviamo ad operare e per le configurazioni alle quali fare riferimento, non è il caso di esporre anche questa procedura con il rischio di andare a commettere errori inutili dovuti più alla fretta che all'ignoranza – è sufficiente ricordarsi alcune semplici regole che di seguito andiamo ad illustrare.

Se facciamo un attimo mente locale, ricorderemo che i concetti matematici di derivata ed integrale (uno l'opposto dell'altro), legavano anche le leggi di variazione di taglio e momento in effetti il momento è ottenuto dall'integrazione della legge di variazione del taglio; viceversa quest'ultima si ottiene derivando il momento.

Rammentato questo non dovrebbe essere particolarmente complicato comprendere il seguente schema, nel quale l'andamento di taglio ed il momento è messo in relazione con i carichi che lo generano:

caso 1	caso 2	caso 3	Andamento	Note
Q	-	-	↓	Valore numerico
T	q	-		Andamento secondo l'equazione di una retta ad andamento costante
M	T	q		Andamento secondo l'equazione di una retta a variazione lineare
-	M	T		Andamento secondo un'equazione di secondo ordine
-	-	M		Andamento secondo un'equazione di terzo ordine

[NOTA: quanto rappresentato nella colonna denominata Andamento non è affatto il diagramma dello sforzo ma solamente l'andamento che questo assume]

Come va letta la tabella appena vista?

Abbiamo, ad esempio, una struttura con un carico uniformemente ripartito (rappresentato da un rettangolo) quindi ricadiamo in quello che è stato denominato caso 2, quindi dovremo avere un diagramma del taglio ad andamento lineare ed un momento con andamento secondo una curva del secondo ordine.

Se a queste uniamo le seguenti informazioni di carattere generale:

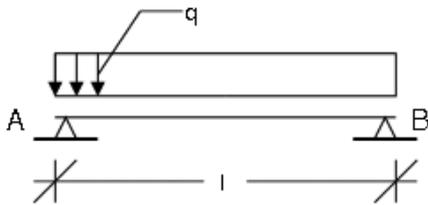
1. qualora ci sia una cerniera interna o su di un vincolo esterno il momento è nullo
2. dove il taglio è nullo il momento assume un valore di massimo
3. dove il taglio è nullo la tangente del diagramma del momento è orizzontale
4. dove il taglio ha un punto di discontinuità il diagramma del momento ha un punto angoloso
5. il diagramma del momento va disegnato dalla parte delle fibre tese questo ci è di aiuto in seguito quando sarà il momento di disporre le armature

la soluzione per i diagrammi semplici (quelli che a noi interessano) è assai semplice.

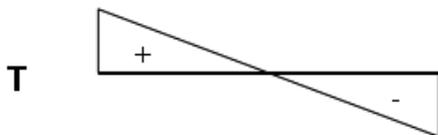
Il resto lo possiamo demandare a soluzioni tabellari esaustive contenute in tutti i manuali; comunque qui di seguito riportiamo gli **SCHEMI STATICI PIÙ FREQUENTI** o comunque **quelli ai quali si può fare riferimento**.

## TRAVE APPOGIATA

### trave appoggiata con carico uniformemente ripartito



$$R_A = R_B = (q \cdot l)/2$$

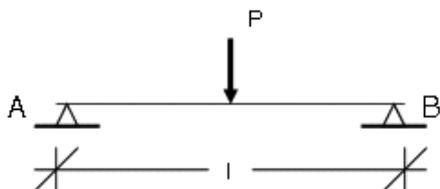


$$T_A = R_A = (q \cdot l)/2$$
$$T_B = -R_B = -(q \cdot l)/2$$

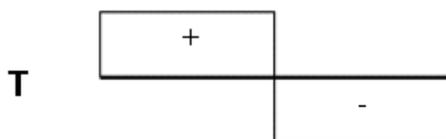


$$M_A = M_B = 0$$
$$M_{MAX} = (q \cdot l^2)/8$$

### trave appoggiata con carico concentrato



$$R_A = R_B = (q \cdot l)/2$$



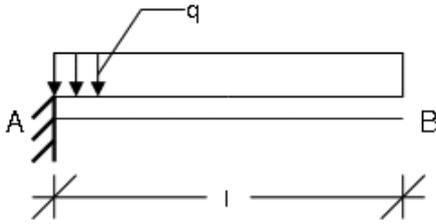
$$T_A = R_A = (q \cdot l)/2$$
$$T_B = -R_B = -(q \cdot l)/2$$



$$M_A = M_B = 0$$
$$M_{MAX} = (q \cdot l^2)/8$$

## TRAVE INCASTRATA

### trave incastrata con carico uniformemente ripartito

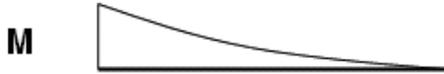


$$R_A = q \cdot l$$



$$T_A = R_A = q \cdot l$$

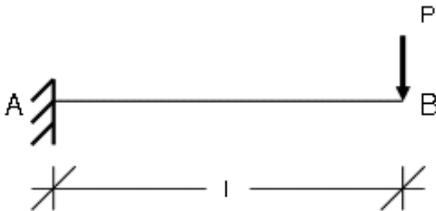
$$T_B = 0$$



$$M_A = M_{MAX} = (q \cdot l^2)/2$$

$$M_B = 0$$

### trave incastrata con carico concentrato



$$R_A = P$$



$$T_A = P$$

$$T_{A-B} = P$$

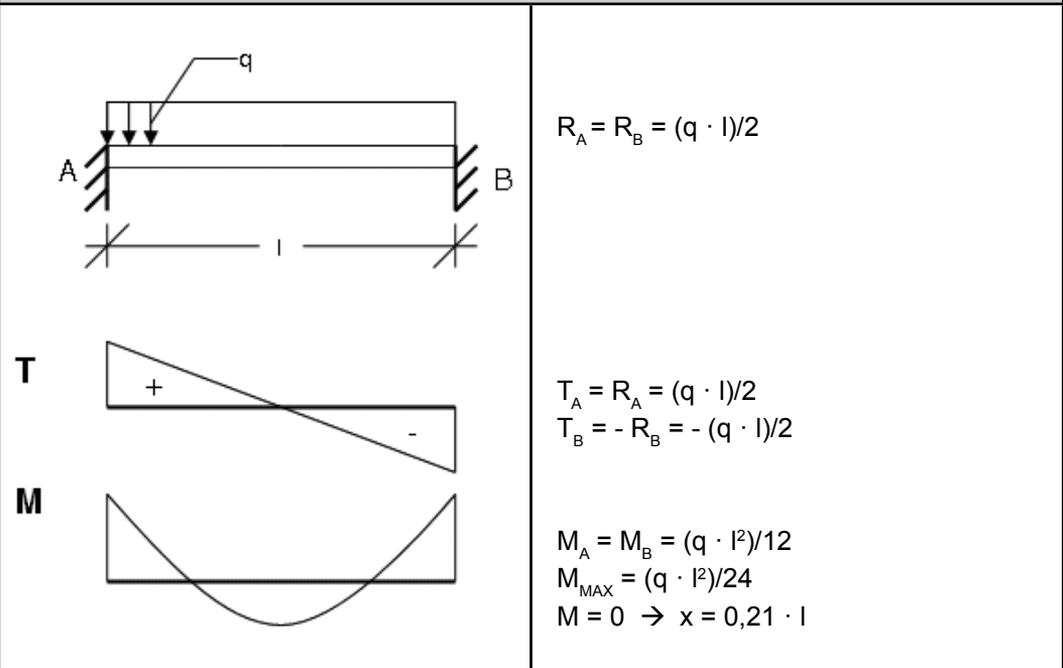


$$M_A = M_{MAX} = - (P \cdot l)$$

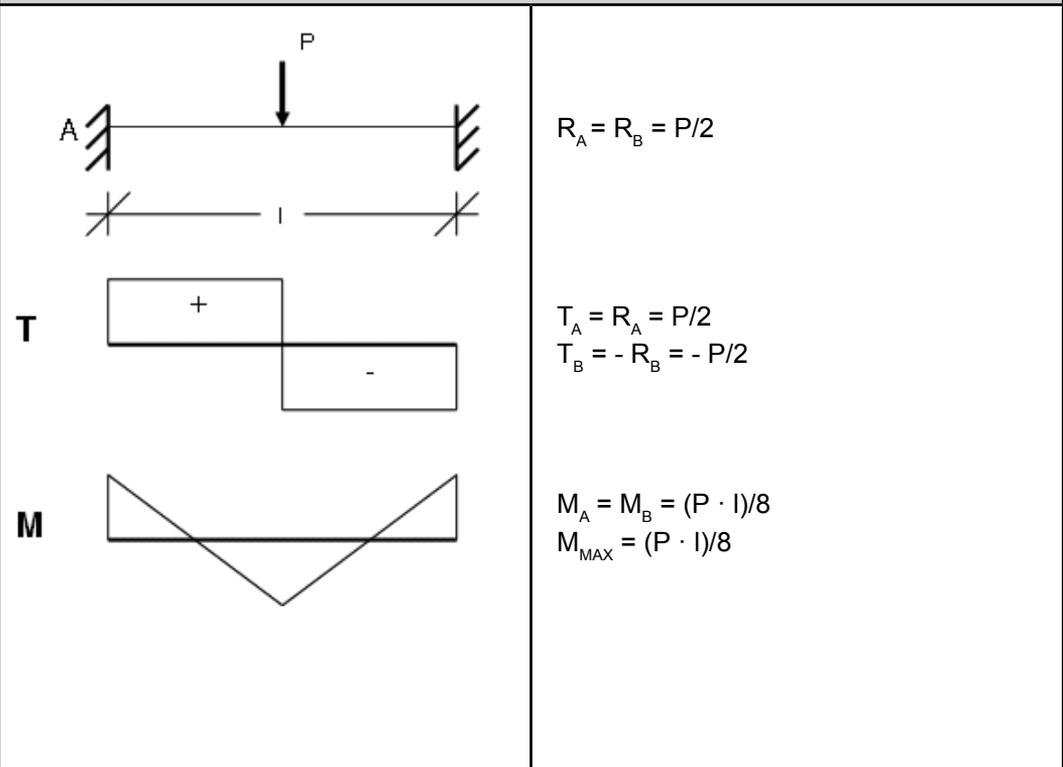
$$M_B = 0$$

## TRAVE DOPPIAMENTE INCASTRATA

trave doppiamente incastrata con **carico uniformemente ripartito**

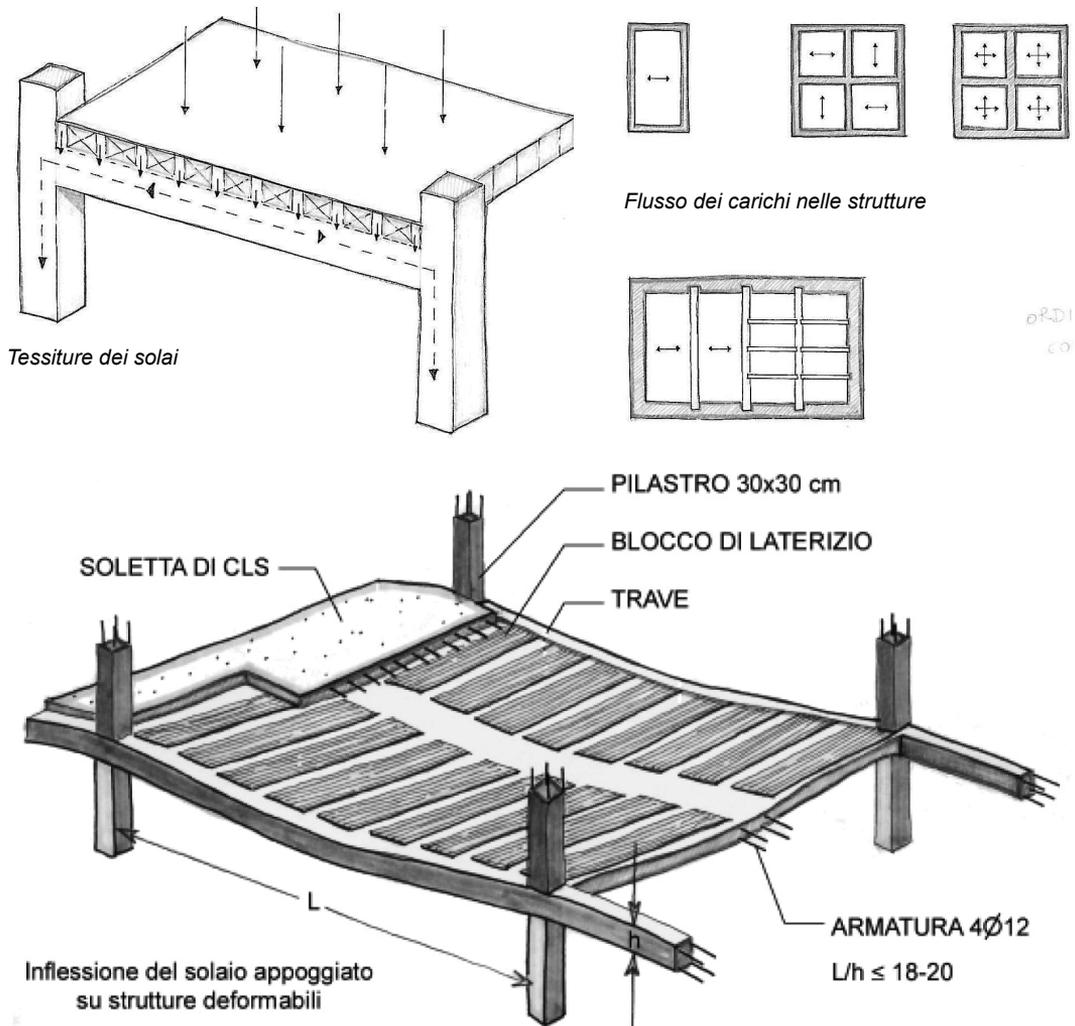


trave doppiamente incastrata con **carico concentrato**



### 1.4 – Statica e risposta sismica

Può presentarsi il caso in cui il tema preveda di trovarsi in una zona a forte sismicità, nel qual caso la risposta non deve necessariamente passare per una risposta numerica frutto di un dimensionamento improbabile da sviluppare all'atto della seconda prova ma si risolvono in norme di buona progettazione sicuramente apprezzate o sulle quali possiamo far ricadere l'attenzione della commissione - non di meno possono essere applicati anche al di fuori di questo contesto. Va comunque detto che qualora non fosse possibile operare secondo queste raccomandazioni o inserirle nei nostri schemi di riferimento o non compatibili con i dati del tema, procediamo con la redazione dell'elaborato progettuale senza indugiare oltre. Come sarà ormai chiaro, lo scopo di una qualunque struttura è quello di trasmettere i carichi dalle parti più in alto via via ai livelli inferiori fino alle fondazioni dove queste li dissipano a terra.



La prima considerazione da fare è che la progettazione antisismica si basa sul diverso comportamento al collasso dei due elementi principali costituenti la maggior parte delle strutture, la trave ed il pilastro. Infatti mentre la trave, in virtù del ferro che la arma ha una rottura duttile, il pilastro, che basa il novanta per cento della sua forza sul calcestruzzo, ha una rottura fragile; lo scopo del gioco è quello di mandare in crisi la trave con la sua rottura graduale prima che si arrivi al collasso di schianto del pilastro.

Altra considerazione da fare è su come disporre la **TESSITURA DEI SOLAI**, per la quale tendenzialmente si ricorre ad uno sviluppo tutto nella stessa direzione (fig. 1).

Questa disposizione, seppur corretta, crea una certa fragilità nella struttura quando è sottoposta alle forze orizzontali (azioni sismiche) in cui le diverse nervature scorrerebbero l'una sull'altra (fig. 2a) con lo stesso cinematismo che si ha se spingessimo una pila di libri (fig. 2b).

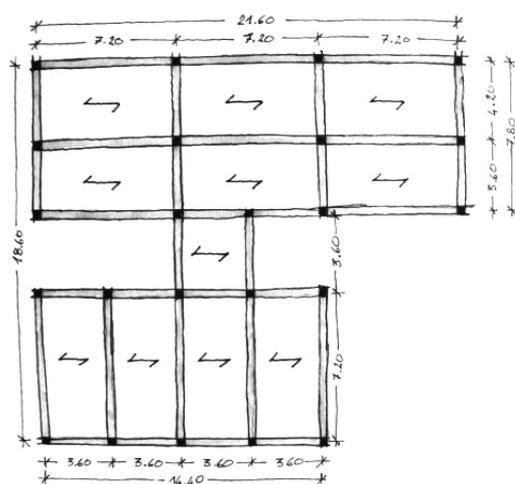


Fig.1

Fig.2a

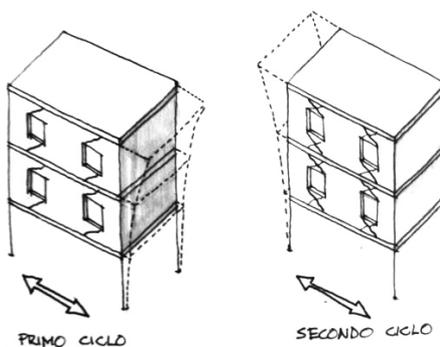
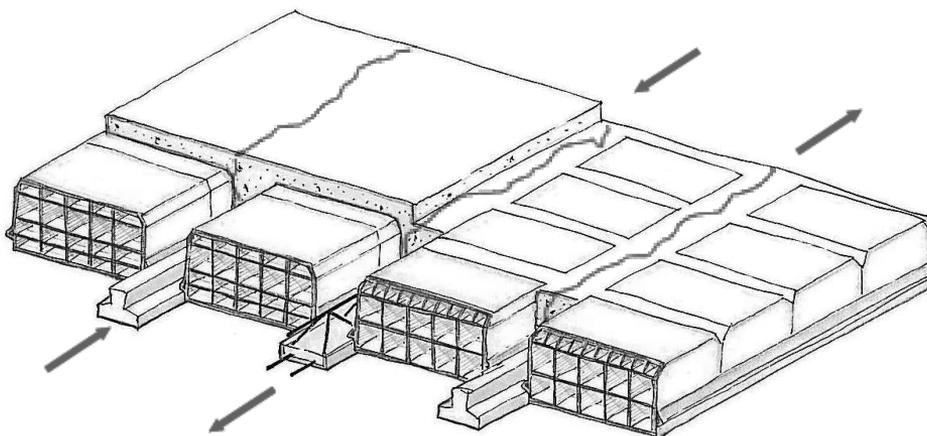
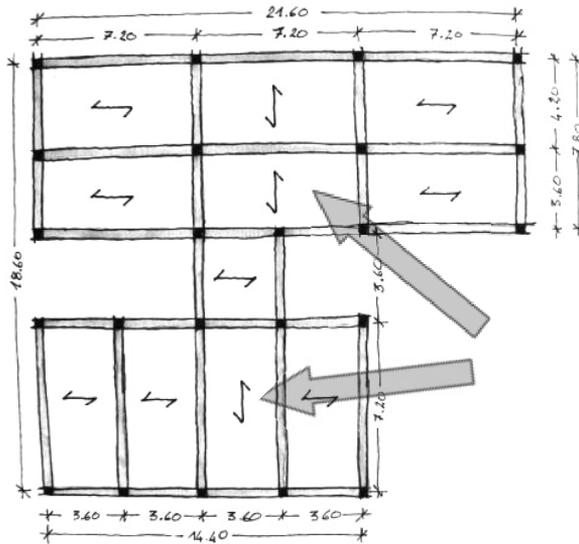


Fig.2b



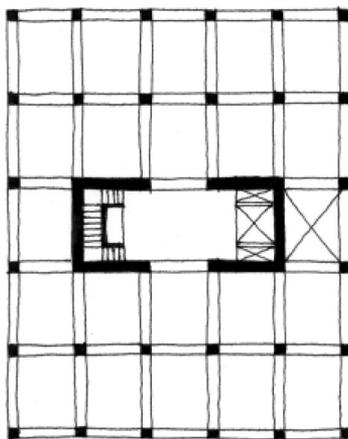


Per ovviare a questa eventualità è opportuno tessere il solaio anche nell'altra direzione alternando le campate (fig. 3) ma senza esagerare, arrivando ad una esasperata disposizione a scacchiera.

Fig.3

*Esempio di solaio monodirezionale irrigidito*

Procedendo oltre spostiamo l'attenzione sulla disposizione del corpo scala-ascensore; infatti, sempre qualora fosse possibile, è da preferire una disposizione centrale (fig. 4a). Questa scelta è dovuta al fatto che generalmente la struttura che accoglie le rampe delle scale e la gabbia dell'ascensore è composta di setti in C.A. fortemente connessi tra loro il che conferisce al blocco un comportamento di tipo scatolare particolarmente apprezzato sotto azione sismica per la sua elevata rigidezza.



Irrigidimento centrale

Fig.4a

Questo lo trasforma di fatto nel baricentro delle masse, mentre i solai ed i pilastri diventano le masse di questo cinematismo, viene da sé che la posizione migliore per limitare l'estensione di tutti i bracci dei momenti torcenti è quella centrale; in caso di forte disassamento del blocco verticale ci si troverebbe di fronte a dei momenti torcenti particolarmente elevati (fig. 4b) di cui tenere conto.

In alternativa si può procedere all'irrigidimento della struttura attraverso la giustapposizione di setti in C.A. lungo il perimetro a tutta altezza (fig. 5a) ovvero anche con una soluzione per così dire mista (fig. 5b).

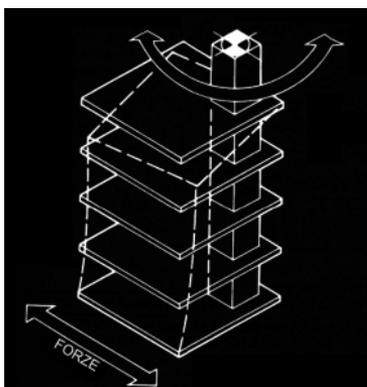
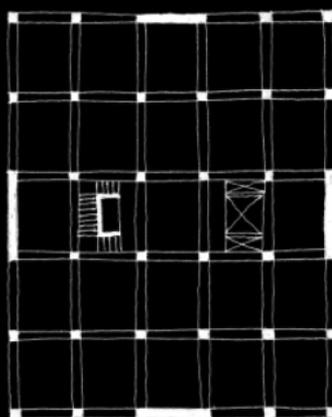
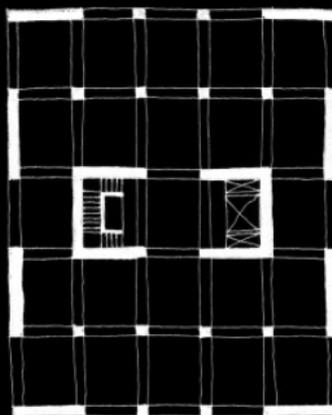


Fig. 4b



Irrigidimento perimetrale

Fig. 5a-5b



Irrigidimento misto

La dimensione minima di un pilastro è di 30x30 cm anche se una dimensione di 40x40 cm è meglio. Per legare queste misure ad un probabile contesto si consideri che per una civile abitazione (circa 750 daN/m<sup>2</sup> di carico totale) con una luce di 3,60 m si può prevedere l'utilizzo di pilastri con sezione 30x30 cm; mentre per una luce di 7,20 m va previsto almeno un 40x40 cm.

Nel capitolo 10 si andrà a trattare la statica delle murature, ma per attinenza con le azioni sismiche appena esaminate, riteniamo opportuno dare qualche cenno sul miglioramento delle caratteristiche di queste alle azioni sismiche. Come si vedrà gli apparecchi murari, per come vengono realizzati, sono particolarmente sensibili ai cicli oscillatori imposti da un sisma (fig. 2a); per questo vengono messe in atto opere di consolidamento allo scopo di migliorare, un edificio in muratura difficilmente diventa antisismico, la risposta alle azioni telluriche. Lo scopo è quello di rendere l'edificio in muratura, un unico "solido" dal comportamento scatolare; per questo, in maniera assai generale, si mettono in atto:

**Cuciture:** altro non sono che fori attraversanti le due murature discontinue nei quali si inseriscono barre in acciaio e quindi resine o malte a bassa pressione; la stessa tecnica è utilizzata per ricucire i diversi paramenti di una muratura a strati, od ammorsare degli speroni ai muri.

**Cordoli:** che possono essere di sommità o di piano, si tratta di cordoli in C.A. inseriti nella muratura preesistente che cingono completamente il piano, collegandosi verticalmente alla muratura su cui poggiano; rendendo in tal modo monolitica la struttura.

**Catene:** sono l'intervento più noto, utilizzato per assorbire le spinte orizzontali degli archi, è applicato per ammorsare tra loro pareti contrapposte che altrimenti ribalterebbero verso l'esterno – queste sono a volte utilizzate per cinturare completamente l'edificio, all'incirca come si farebbe con un cordolo. Le catene una volta non erano in ferro battuto, ma in legno, valga un esempio su tutte quelle messe in opera dal Brunelleschi nella cupola di S. Maria del Fiore a Firenze.

**Ammorsatura dei solai:** il solaio come elemento planare, offre alle azioni sismiche la migliore resistenza nonché estendendosi da parete a parete può fungere da “catena”; purtroppo sovente i solai sono appena appoggiati sulle murature, scopo dell’intervento è appunto renderli solidali con queste.

**Speroni:** è forse, insieme alla catena, l’intervento più antico per contrastare le spinte degli archi, ma, come la sua cugina in ferro, trova eccellente applicazione anche nel contrastare il ribaltamento dei muri.

**Consolidamento delle murature:** errata esecuzione od imprevisti vari possono consegnarci murature con deficit di resistenza, per questo si procede all’iniezione di resine o malte di calce o cementizie a pressione con lo scopo di riempire tutti gli interstizi sostituendo il legante ammalorato con uno nuovo.

Questa altro non è che una rapida carrellata su metodi e tecniche messe in atto su mura-  
ture antiche per migliorarne le prestazioni.

Prima di andare a concludere, poniamo l’attenzione su un errore che non viene dall’igno-  
ranza quanto dalla fretta (e il giorno dell’esame ce ne è molta) e dalla nostra abitudine a  
guardare gli elaborati per parti senza mai avere un’idea volumetrica frutto della fusione di  
piante e sezioni.

Spesso in pianta quando si elabora una soluzione che prevede l’accoppiamento di due  
bagni che cadono in corrispondenza di un pilastro viene quasi naturale accostare il cavedio  
al pilastro stesso (fig. 6a), questo è quanto meno improbabile, infatti proprio sotto il pavi-  
mento corre la trave che connette i due pilastri e che di fatto interrompe il cavedio stesso.

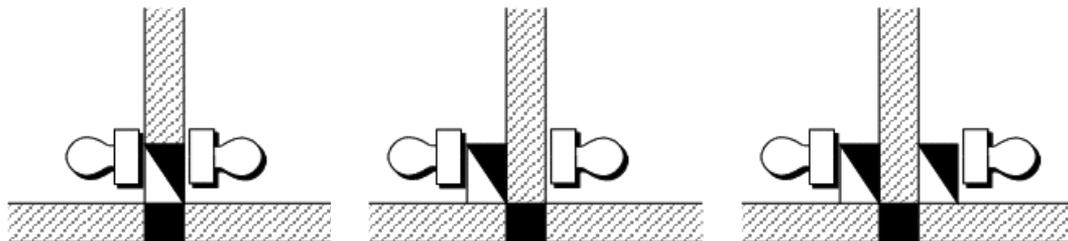


Fig. 6a-6b-6c

In questo caso bisogna ricordarsi di porre il cavedio in uno dei due bagni (fig. 6b) il quale  
deve essere necessariamente sacrificato in superficie, in alternativa sarà necessario pre-  
vedere due cavedi separati (fig. 6c). Questa puntualizzazione che sembra del tutto fuori  
luogo rappresenta spesso uno scotto che si paga quando si va a disegnare la pianta della  
carpenteria, tolto il rivestimento e rappresentata la trave ci si accorge che il cavedio cade  
proprio dove non deve; panico totale anche perché risulta impossibile tornare indietro e  
porre rimedio all’errore.



# PRESCRIZIONE DEI MATERIALI E DISEGNO DELLA CARPENTERIA

# 2

## 2.1 – Prescrizione dei materiali

Entriamo ora nel vivo della prova di pre-dimensionamento affrontando il primo step consistente nelle prescrizioni dei materiali, infatti occorre comunicare quali siano i materiali che si devono utilizzare per la realizzazione delle strutture.

Di seguito sono riportate le tensioni ammissibili in daN/cm<sup>2</sup> per le diverse classi di calcestruzzo:

Tensioni ammissibili per le diverse classi Rck in daN/cm <sup>2</sup>							
Classi	150 (*)	200 (*)	250 (*)	300	350	400	500
flessione	60	72	85	97	110	122	147
Pilastrini con lato ≤ 25 cm	42	50	60	68	77	85	103
Pilastrini con lato ≥ 25 cm	36	42	50	58	65	72	87

(\*) materiali già in corso di validità della vecchia normativa caduti in disuso

e d'acciaio:

Fe B 38 K (*)	$\sigma_{amm} = 2200 \text{ daN/cm}^2$
Fe B 44 K	$\sigma_{amm} = 2600 \text{ daN/cm}^2$

Quindi nella parte alta della stringa dedicata ai "calcoli" racchiuso in un riquadro scriveremo

### PRESCRIZIONE DEI MATERIALI:

**Rck 300** →  $\sigma_{amm}^{cls} = 97 \text{ daN/cm}^2$  (flessione)  
 $\sigma_{amm}^{cls} = 58 \text{ daN/cm}^2$  (compressione)

**Fe B 44 K** →  $\sigma_{amm}^{st} = 2600 \text{ daN/cm}^2$

Con questo stiamo comunicando che la validità di quanto ci accingiamo a fare è subordinata all'utilizzo di un calcestruzzo di classe Rck 300 con tensione ammissibile di 97/58 daN/cm<sup>2</sup> ed acciaio per armatura Fe B 44 K con tensione ammissibile pari a 2600 daN/cm<sup>2</sup>.

## 2.2 – Disegno della pianta della carpenteria

La seconda cosa da fare consiste nel disegnare la pianta della carpenteria il solo elaborato quasi esecutivo che ci sia data occasione di produrre; quindi sarà il caso di perdere qualche minuto per realizzarne una corretta rappresentazione. La pianta della carpenteria consiste nella rappresentazione dei soli elementi strutturali – solai, travi, pilastri, setti, fondazioni varie - privati di tutte le finiture e delle murature divisorie.

Il disegno della struttura, eseguito al 50 od anche al 100, viene reiterato per ogni impalcato (nel nostro caso uno solo se non addirittura uno stralcio) in altri termini per ogni livello previsto sia in elevazione che per le strutture di fondazione. Su questo vanno riportati i “nomi” dei singoli elementi (travi, pilastri, etc.) per consentire in fase di realizzazione di identificarli con certezza e senza equivoci; inoltre è necessario quotare opportunamente il disegno affinché una volta effettuato lo sbancamento sia possibile posizionare quelli che sono detti fili fissi e procedere all’elevazione della struttura per tutti i livelli senza margine d’errore dalle fondazioni al solaio di copertura. Negli impalcati intermedi dove si prevede di effettuare dei “fori” nei solai per la realizzazione dei cavedi, questi si rappresentano con una grafica come quella al lato e vanno rappresentati nelle loro dimensioni e posizioni corrette nonché opportunamente quotati.

Per la rappresentazione dell’elemento solaio la cosa fondamentale da indicare è il senso della tessitura ma qualora ce ne fosse tempo e sicuramente nella scala più ampia del 50 è il caso di porre una rappresentazione stralciata di due/tre travetti ribaltati sulla stessa pianta della quale conservano la scala di rappresentazione. Detto questo per la teoria è detto praticamente tutto; procediamo quindi a vedere come è fatta una pianta della carpenteria (fig. 7).

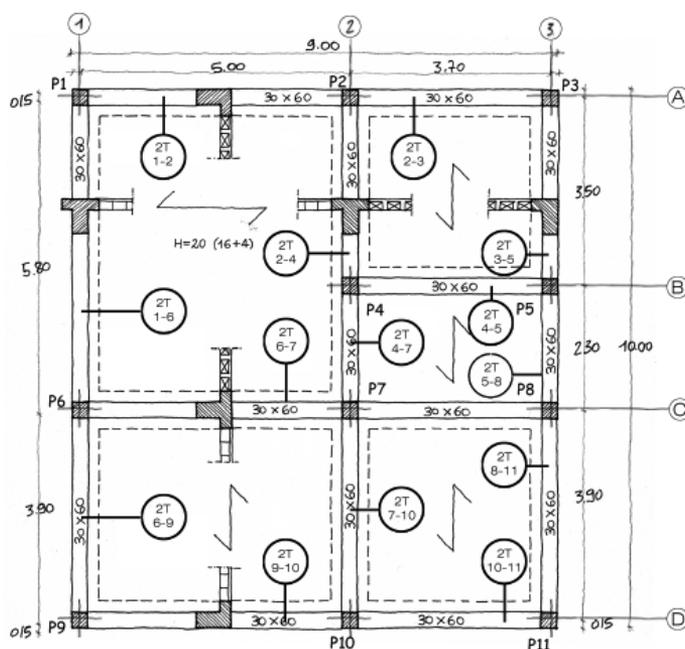
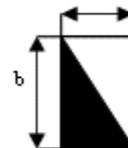
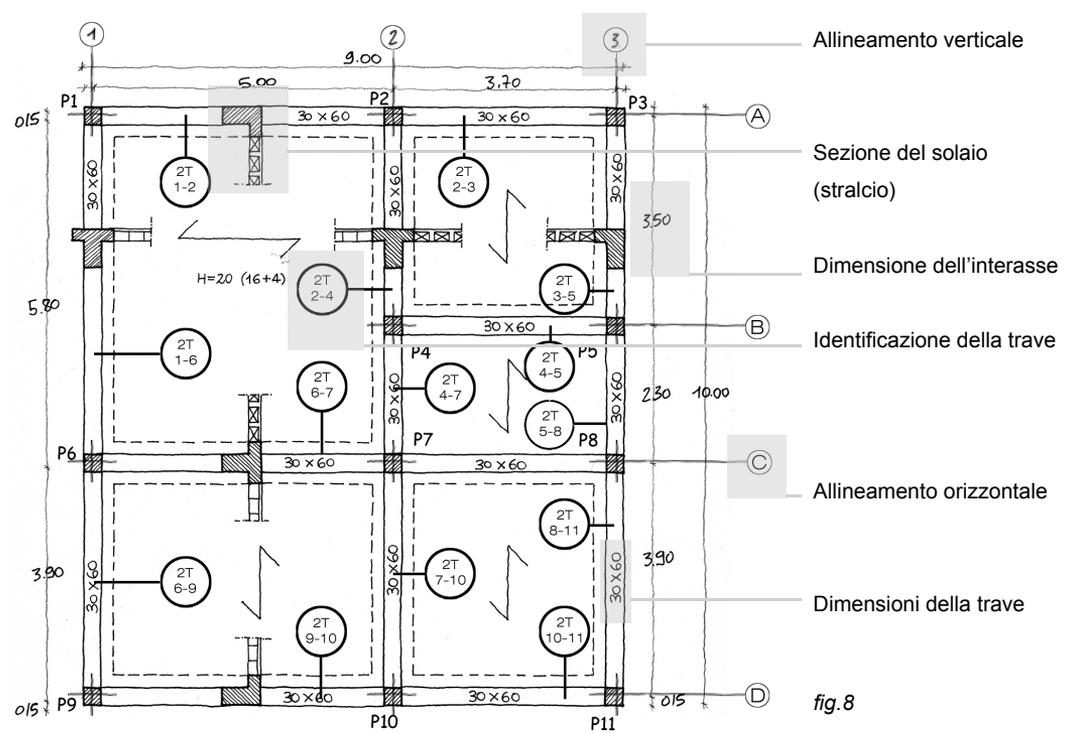


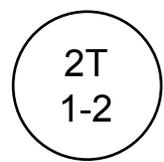
fig.7

Vediamo ora nel dettaglio che cosa indicano le diverse note in modo da poter comporre una qualunque carpenteria (fig. 8):



Dove:

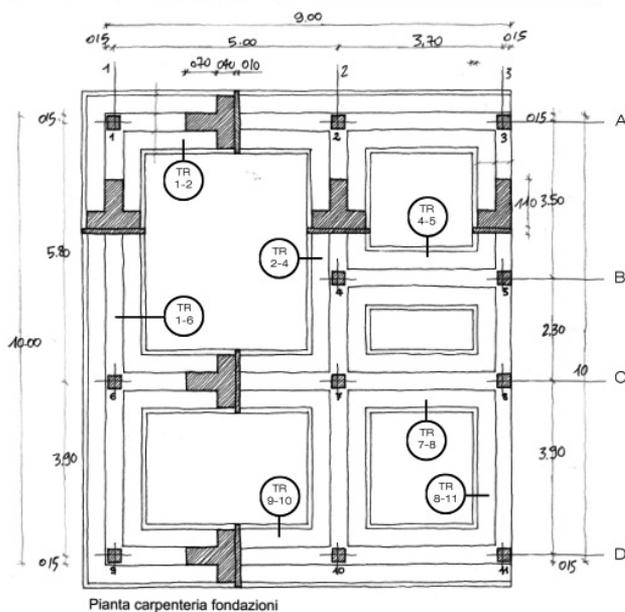
- 2** = numero dell'impalcato
- T** = trave (**P**=pilastro; **Tr**=trave rovescia; **PI**=plinto
- 1-2** = pilastri fra cui è tesa la trave



Per quanto riguarda la nomenclatura dei pilastri questi vengono identificati sfruttando gli allineamenti come si fa nella "battaglia navale" od anche numerandoli in ordine progressivo ad esempio **P1**, **P2**, **P3**, etc., procedendo dagli impalcati in basso verso la sommità.

Sulle travi sono riportate le dimensioni della sezione, base ed altezza, che noi non siamo in grado di sapere ma per le quali possiamo assumere volta per volta quelle utilizzate per il calcolo del peso proprio presunto (come queste si determinino lo vedremo in seguito); in alternativa possiamo anche inserire solamente la dizione **b x h** a dimostrazione che sappiamo cosa va inserito ma che al momento non siamo in grado di quantificarlo.

La carpenteria che abbiamo appena visto è quella riferita ad un piano qualsiasi di una qualsiasi tipologia edilizia e destinazione d'uso; ma si può disegnare anche la carpenteria delle fondazioni, la cosa non prevede particolari differenziazioni e complicazioni rispetto a quanto visto fin qui – quindi vediamo il disegno di una ed analizziamone i caratteri e le differenze (fig. 9).



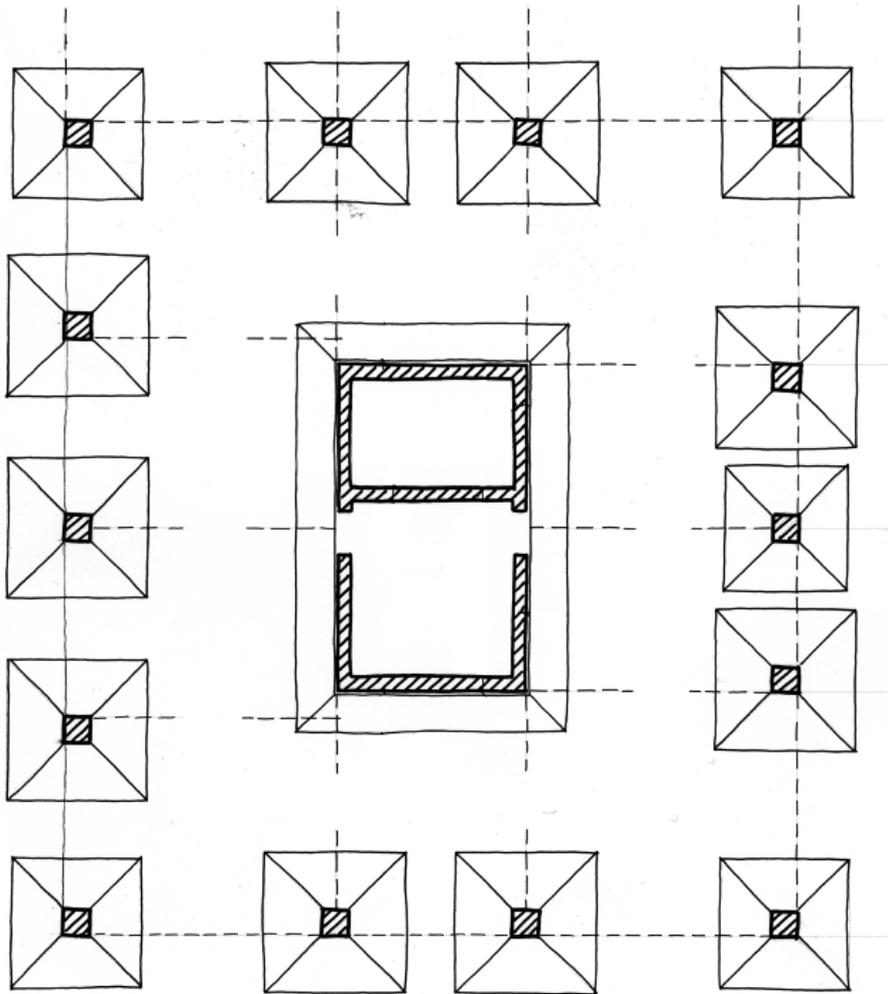
Questa in particolare è la carpenteria di una fondazione a trave rovescia, e come si può vedere la nomenclatura è del tutto uguale a quella già esaminata mentre le maggiori differenze si riscontrano nel disegno vero e proprio ma questo è più che logico.

Entrambe le piante riportano oltre alla sezione ribaltata del solaio anche quella di trave in una e dell'elemento di fondazione nell'altra; questa rappresentazione non è necessaria alla fase di approfondimento Figura 9 che è richiesta in questa sede, tuttavia è possibile disegnarla senza quotarla come sola indicazione della forma o dell'andamento.

### 2.3 – Esercizi di controllo

Nelle schede qui di seguito sono riportate alcuni disegni di carpenterie privi delle indicazioni e delle quotature, esercitarsi completandoli con quanto serve e confrontare il risultato con la versione di confronto in fondo:

- Analizzare
- Comprendere la struttura
- Assegnare la nomenclatura (fili fissi, ecc...)
- Quotare
- Dettagliare (stralci solai, sezioni ribaltate, ecc.)

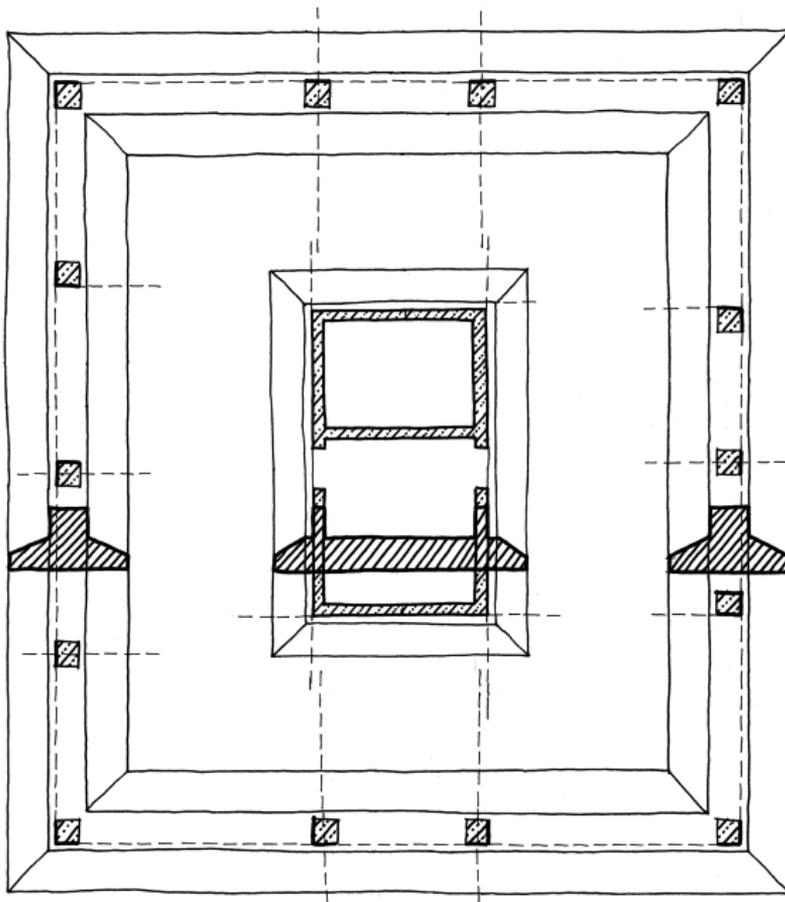


*Pianta della carpenteria delle fondazioni a plinti isolati.*

**SVOLGIMENTO**

1. comprensione della tipologia strutturale e della tecnologia
2. inserimento dei fili fissi
3. nomenclatura degli elementi strutturali (travi, pilastri ...)
4. inserimento delle quote
5. dettagli in stralci

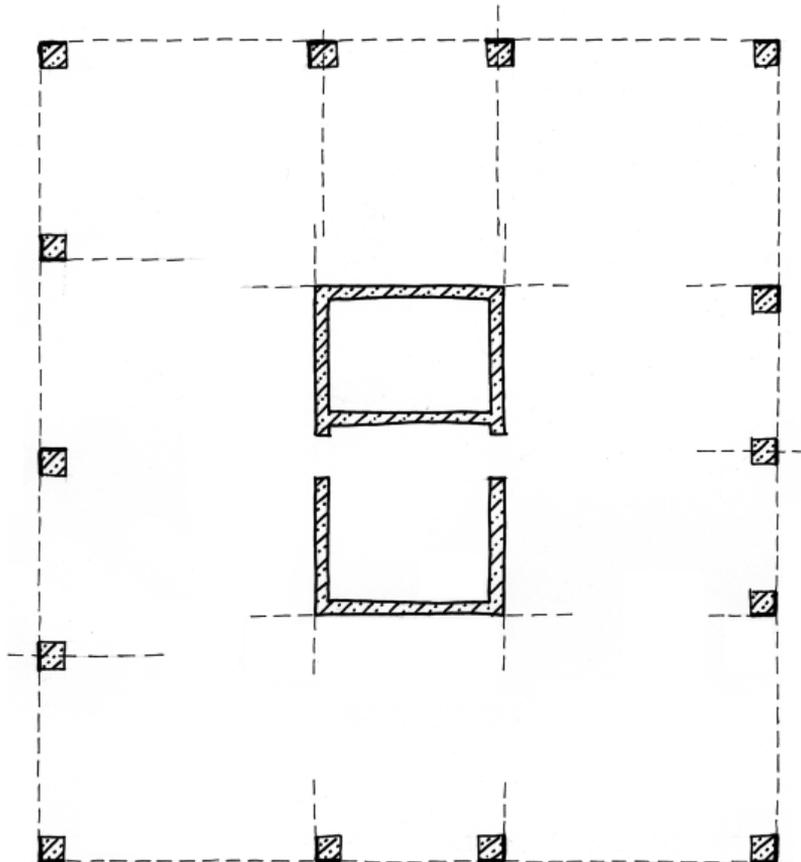
## SCHEDA - 2



*Pianta della carpenteria delle fondazioni a travi rovesce.*

### SVOLGIMENTO

1. comprensione della tipologia strutturale e della tecnologia
2. inserimento dei fili fissi
3. nomenclatura degli elementi strutturali (travi, pilastri ...)
4. inserimento delle quote
5. dettagli in stralci



*Pianta della carpenteria di un piano tipo.*

### SVOLGIMENTO

1. comprensione della tipologia strutturale e della tecnologia
2. inserimento dei fili fissi
3. nomenclatura degli elementi strutturali (travi, pilastri ...)
4. inserimento delle quote
5. dettagli in stralci



## 3.1 – I carichi

E' ora il momento di procedere ad effettuare l'analisi dei carichi ovvero determinare entità e quota parte di peso gravante su ogni componente strutturale; tradotto in senso pratico si tratta di determinare:

- *Sovraccarichi accidentali* = sono i pesi che gravano sulle strutture rappresentati da persone, mobili ed altro e che la normativa già ci fornisce diversificati in funzione delle destinazioni d'uso
- *Peso proprio* = questo deve essere determinato in base alle dimensioni presunte che si assegnano ai diversi elementi strutturali
- *Finiture* = si riferisce a ciò il peso aggiuntivo dovuto alla posa del pavimento e del relativo sottofondo
- *Intonaco* = questo carico si riferisce allo strato di finitura dell'intradosso del solaio molto spesso dimenticato ma che come vedremo ha un valore superiore a quello che si crede
- *Tramezzature* = ci stiamo riferendo al peso delle strutture murarie che dividono lo spazio rendendolo funzionale allo scopo preposto

Contrariamente a quanto si può pensare non ci sono calcoli complicati da eseguire infatti, trattandosi di un pre-dimensionamento, possiamo facilmente fare riferimento a valori approssimativi non di meno realistici; ovvero:

### *Sovraccarichi accidentali*

Sfogliando le svariate normative che disciplinano la materia, i diversi manuali, ai quali è doveroso fare riferimento, possiamo ragionevolmente comporre la seguente tabella:

	DESTINAZIONE	carico (daN/m <sup>2</sup> )
1	Coperture non praticabili	100
2	Coperture praticabili	150
3	Neve (fino a 500m)	60-130
4	Neve (oltre i 500m)	130-250
5	Locali d'abitazione, o di servizio, o di uffici non aperti al pubblico e relativi terrazzi di copertura praticabili	200
6	Locali pubblici suscettibili di affollamento (negozi, ristoranti, caffè, banche, uffici postali, aule scolastiche) e relativi terrazzi di copertura praticabili	350
7	Locali pubblici suscettibili di grande affollamento (sale riunioni, cinema, teatri, chiese, tribune con posti fissi, palestre, negozi con carichi rilevanti, etc.)	500
8	Sale da ballo, tribune senza posti fissi, etc.	600

9	Balconi e scale per edifici d'abitazione	400
10	Balconi e scale per edifici pubblici e scolastici	500
11	Sottotetto accessibile	100
12	Rimesse per autovetture fino a 2,5 t di peso	300
13	Archivi e biblioteche	Variabile secondo i casi, comunque mai inferiore a 600

Forniamo inoltre i pesi di alcuni materiali da costruzione che può rivelarsi opportuno sapere:

<b>Materiale</b>	<b>Peso (daN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Materiale</b>	<b>Peso (daN/m<sup>2</sup>)</b>
Acqua	1000	Laterizio forato	900
Acciaio	8000	Legno	600-1200
Alluminio	2700	Malte di calde	1800
Conglomerato con inerti leggeri	1400-2000	Malte cementizie	2100
Conglomerato con inerti pesanti	2000-5000	Pomice	800
Ghisa	7200	Porfido	2600
Granito	2700	Sughero	300
Inerti leggeri	500-1500	Ttravertino	2400
Lana di vetro	100	Tufo	1700
Laterizio pieno	1800	Vetro	2500

### *Peso proprio*

Come si è accennato brevemente si tratta di determinare quanto pesa ciò che ci si accinge a dimensionare, infatti una struttura prima di opporsi agli sforzi per cui è costituita deve essere in grado di “tenere su” se stessa.

La domanda che subito ci si pone è «Ma come faccio a sapere quanto pesa qualche cosa che non so ancora quali dimensioni abbia?»; domanda più che lecita!

Si ricorre in questo caso a quelle che vengono dette dimensioni presunte e che si ricavano dall'esperienza, da similitudini con temi già affrontati o da quelle regolette empiriche che vedremo in seguito andando a trattare volta per volta i diversi elementi strutturali.

In generale per quanto riguarda i solai, attingendo dalla diversa manualistica nonché dalle schede tecniche delle ditte che forniscono componenti pre-assemblati si può ragionevolmente ritenere che, utilizzando travetti da 10cm e pignatte non collaboranti da 40cm, ci si troverà di fronte valori che si attesteranno come segue:

Dimensioni solaio in laterocemento (cm)			
h laterizio	h caldana (min 4cm)	h totale	Peso solaio (daN/m <sup>2</sup> )
16	4	20	260
18	4	22	280
20	4	24	300
24	4	28	340

Per quanto riguarda i rimanenti elementi strutturali, trave, pilastro ed elemento di fondazione, si tratta di eseguire un semplice calcolo che prevede di moltiplicare il peso volumico, che per il C.A. si attesta a 2500daN/m<sup>3</sup>, per determinate dimensioni dell'elemento oggetto di studio; queste determinate dimensioni le definiremo a breve parlando di linearizzazione del carico.

### *Finiture ed intonaco*

Una volta gettato un solaio si è realizzato lo scheletro che fisicamente si oppone alle azioni di carico ora bisogna rivestirlo per renderlo gradevole e funzionale; all'estradosso si procederà al getto del massetto di allettamento (circa 5cm) ed alla posa del rivestimento, tutto questo ha un peso che può essere ragionevolmente approssimato a **100daN/m<sup>2</sup>**, valore medio in cui il pavimento non è né di legno leggero ma neanche di pietra naturale! Anche la parte inferiore deve essere rivestita, a questo si provvede con la stesura di intonaco e dello strato di finitura per un peso di circa **30daN/m<sup>2</sup>**.

### *Tramezzature*

Anche in questo caso, come per le pavimentazioni ci troviamo di fronte ad un ventaglio abbastanza ampio di casistiche sia per quanto riguarda le dimensioni che i materiali, nonché la disposizione.

Tutto vero e corretto ma, sempre nello spirito concettuale del pre-dimensionamento, possiamo tranquillamente varare un peso medio di circa **100daN/m<sup>2</sup>**. Il valore viene fornito già espresso in peso su metro quadrato di solaio perché in questo modo congruente con le altre unità di misura.

## **3.2 – Area di influenza**

Riprendiamo in esame la pianta della carpenteria che abbiamo disegnato nel capitolo precedente e cerchiamo di capire che cosa significa area d'influenza.

Anzitutto bisogna dire che questa è un'operazione di calcolo che va eseguita qualora stiamo effettuando il dimensionamento di un plinto, un pilastro, una trave od un solaio, si tratta in altri termini di quantificare il peso delle sovrastrutture che ognuno è chiamato a sostenere.

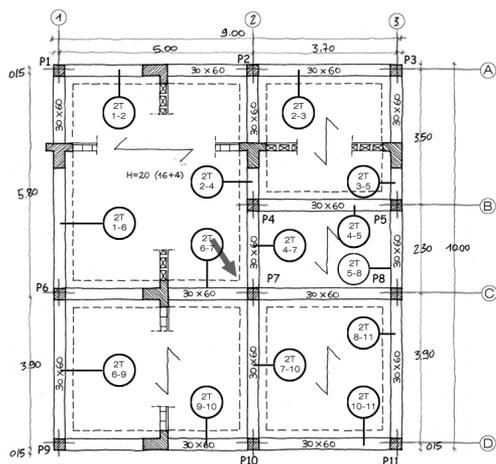


fig. 10

può determinare l'area di influenza per una qualunque carpenteria o posizione del pilastro come ad esempio P6 (fig. 12 area B) la cui estensione è pari a 2,50x3,10m; od anche P11 con un'area di influenza di 1,95x1,85m (fig. 12 area C).

E' intuitivo che il pilastro P4 e P7 sia sottoposto ad un carico più gravoso di quello dei suoi colleghi limitrofi P2, P5, P8, P6 e P10, i quali a loro volta sono gravati ancor più dei rimanenti P1, P3, P9 e P11.

La cosa è assai semplice, prendiamo in esame P7, (indicato dalla freccia) è chiaro che la trave 2T/7-8 la quale sostiene il solaio distribuisce equamente il carico sui due pilastri, metà e metà (fig. 10).

Lo stesso fanno 2T/6-7 e le travi 2T/4-7 e 2T/7-10 (fig. 12); da questo si può infine determinare l'estensione dell'area di influenza pari a  $(2,50+1,85) \times (1,15 \times 1,95) \text{m}$  (fig. 12 area A).

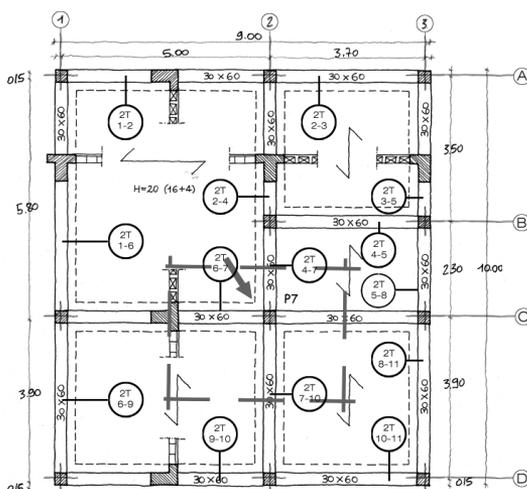


fig. 11

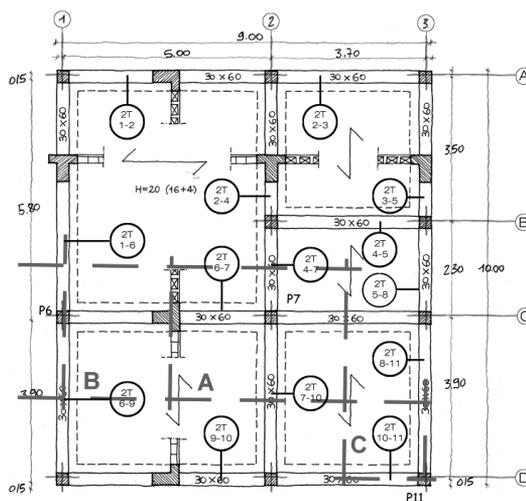


fig. 12

### 3.3 – Linearizzazione dei carichi

Forse ci si ricorda ancora che nei corsi di statica e costruzioni, quando ci veniva fornito il diagramma statico di riferimento, il carico era espresso in daN/m (metro lineare di trave), questo valore è appunto ciò che dobbiamo calcolare.

Riprendiamo in mano la solita carpenteria e supponiamo che, dimensionato il solaio, ci si accinga a calcolare la trave 2T/2-5 le cui dimensioni abbiamo supposto 30x40cm (fig. 13); è stata quindi già effettuata l'analisi dei carichi che immaginiamo ci consegnerà un valore di 730daN/m<sup>2</sup>.

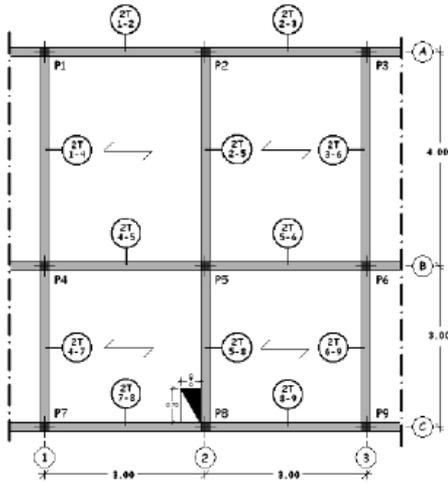


fig. 13

Si è determinata l'area del solaio che compete all'elemento strutturale, pari a mezza campata su di un lato e mezza campata su quello opposto, per cui l'area d'influenza ha una dimensione di 4,00m, ovvero l'interasse della trave nel senso verticale, mentre in direzione orizzontale la dimensione è pari alla somma della metà del solaio sul lato dx  $3,00/2 = 1,50\text{m}$  e sul lato sx  $3,00/2 = 1,50$  (l'uguaglianza è assolutamente casuale) per una superficie finale di  $(1,50+1,50)\times 4,00 = 12,00\text{m}^2$ . Possiamo ora esprimere il valore del carico su metro lineare di trave, basta effettuare il prodotto fra il carico su metro quadrato e la dimensione di solaio ortogonale alla trave; il che si esprime nei seguenti termini:

$$730 \text{ daN/m}^2 \times (1,50+1,50)\text{m} = 2190 \text{ daN/m}^2$$

Per meglio fissare questo concetto chiave supponiamo che per un qualsivoglia motivo la parte destra abbia un carico pari a  $730\text{daN/m}^2$  mentre la parte sinistra registri un valore di  $600\text{daN/m}^2$  (fig. 14), in questo caso la situazione si risolve con la somma di due prodotti, ovvero:

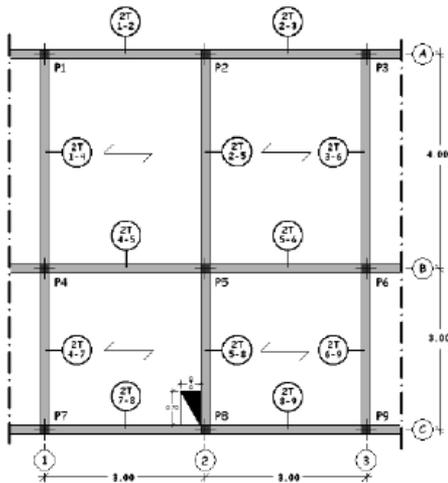


fig. 14

$$600\text{daN/m}^2 \times 1,50\text{m} + 730\text{daN/m}^2 \times 1,50\text{m} = 1995\text{daN/m}$$

Anche in questo caso l'uguaglianza fra le due dimensioni è da considerarsi del tutto casuale nella casistica reale non è infrequente che le due possano assumere valori diversi.

In entrambe i casi la cosa non si chiude qui, infatti se ci ricordiamo quanto letto nel capitolo 3.1 ai sovraccarichi va aggiunto il peso della stessa struttura in fase di dimensionamento, in altre parole quanto pesa, sempre in daN/m, la trave 2T/2-5 delle dimensioni presunte di 30x40cm.

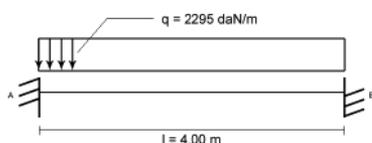
In questo caso il ragionamento è per certi versi ancora più semplice da comprendere, se volessimo sapere quanto pesa tutta la trave quello che faremmo sarebbe di moltiplicare il peso volumico per il volume del solido, ovvero:

$$2500\text{daN/m}^3 \times (0,30 \times 0,40 \times 4,00)\text{m}^3 = 1200\text{daN}$$

per dirla in altri termini questo è il peso di quattro metri di trave di sezione 30x40cm, ma a noi interessa quanto pesi un solo metro campione della stessa trave quindi la stessa espressione di cui sopra va modificata come segue:

$$2500\text{daN/m}^3 \times (0,30 \times 0,40)\text{m}^2 = 300\text{daN/m}$$

Ora abbiamo tutto, il peso proprio ed il carico la cui somma è lo scopo della nostra ricerca:



$$300 + 1995 = 2295\text{daN/m}$$

Con questo valore possiamo ora disegnare lo schema statico di riferimento necessario per proseguire nei calcoli.

Abbiamo imparato a fare l'analisi dei carichi ed il risultato che otteniamo è espresso in  $\text{daN/m}^2$ , tuttavia questa non è un'operazione esclusiva dell'elemento trave ma di qualunque struttura che abbia l'aspetto di una trave e come questa si comporta, ed appunto il travetto non è altro che una piccola trave e quindi anche per lui deve essere effettuata la linearizzazione dei carichi; in teoria non cambia nulla, ogni travetto porta mezzo carico alla sua destra e mezzo carico alla sua sinistra.

Nella pratica è tutto assai più semplice di quanto visto per la trave, infatti se per questa occorre limitarsi ad un discorso teorico ed alla proposizione di alcuni esempi, vista la pluralità dei casi che si possono presentare; per quanto riguarda i solai si può, per così dire, ricorrere ad una soluzione standard.

I solai presentano diversa altezza e distanza tra le nervature ma, mentre sull'altezza è impossibile intervenire, per quanto riguarda la larghezza degli elementi di alleggerimento e dei travetti la scelta, dipende solo dal progettista; in altre parole il solaio che si consiglia di utilizzare, e che sarà adoperato per l'esecuzione dei calcoli, prevede l'utilizzo di travetti da 10cm e pignatte da 40cm.

Questo porta ad un solaio che ha interasse tra le nervature pari a 1,00m (fig. 15); il che significa esaminare un'area di soli 50cm quale sia il solaio, basta che si abbiano le dimensioni, **e solo quelle**, che abbiamo detto.

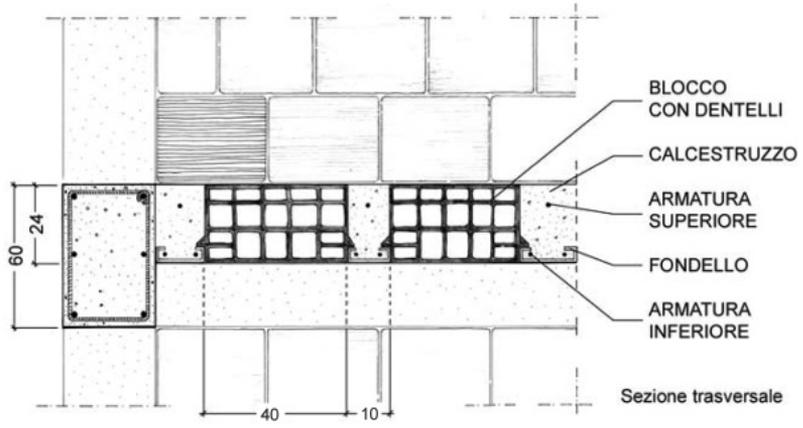


fig. 15

### 3.4 – Esempio di analisi dei carichi

Vediamo come praticamente si esegue un'analisi dei carichi in relazioni ed un possibile tema, per lo scopo utilizziamo la carpenteria che abbiamo già visto nel capitolo precedent(fig. 16) e supponiamo che sia la risposta al seguente quesito d'esame:

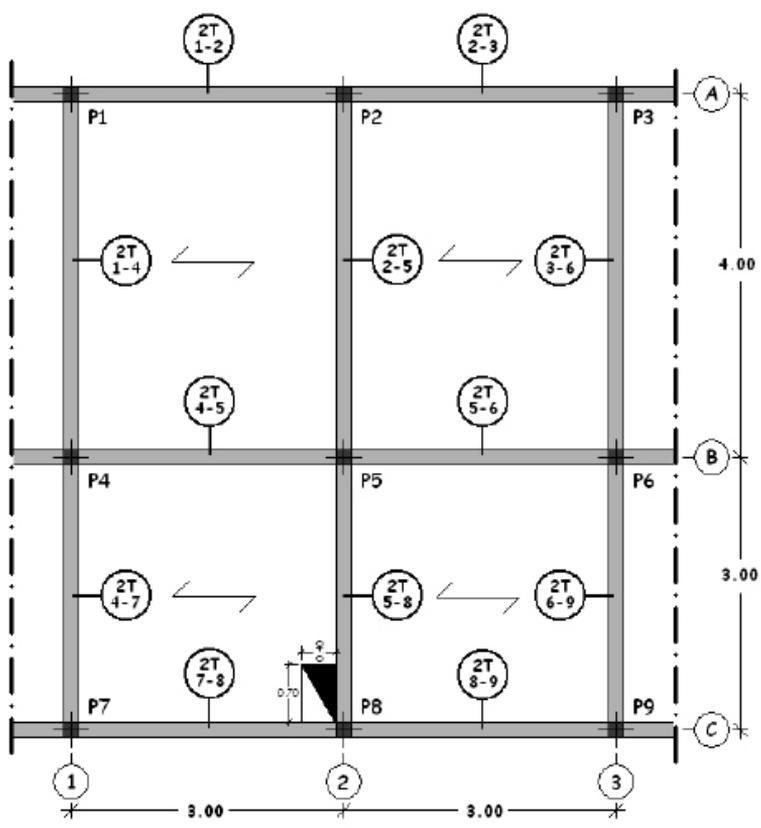


fig. 16

È prevista l'edificazione di un lotto di dimensioni di 80x90 m per il quale le N.T.A. prevedono un indice d'edificabilità di  $0,4\text{m}^3/\text{m}^2$  ed un'altezza massima di 8,00m; inoltre è servito da una strada pubblica con larghezza massima di 6,50m che costeggia uno dei lati dello stesso. Il candidato progetti un comprensorio di case di civile abitazione per cui deve prevedere uno spazio verde di pertinenza ed un'area esterna per il parcheggio. Le schiere dovranno essere dotate di un posto auto di pertinenza che a discrezione del candidato può essere ricavato anche ad un livello interrato.

Gli elaborati richiesti sono:

- Planovolumetrico 1:500
- Piante, prospetti e sezioni 1:200
- Dettagli costruttivi a scelta
- Dimensionamento strutturale

## SVOLGIMENTO

Abbiamo disegnato la nostra tavola e non ci rimane che rispondere all'ultimo punto quindi realizziamo uno stralcio della pianta di carpenteria del secondo impalcato (fig. 16) di una o due schiere, si tratta di un solaio d'interpiano, e riportiamo le prescrizioni dei materiali; fatto questo si passa al pre-dimensionamento del solaio (lo vedremo meglio nel prossimo capitolo) che assumiamo pari a  $16+4 = 20\text{cm}$  totali. Premesso questo possiamo procedere all'**analisi dei carichi del solaio interpiano**:

sovraccarico	200 daN/m <sup>2</sup>
solaio 20 cm	260 daN/m <sup>2</sup>
finitura (massetto+pavimento)	100 daN/m <sup>2</sup>
intonaco	30 daN/m <sup>2</sup>
tramezzature	100 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>690 N/m<sup>2</sup></b>

Tecnicamente la cosa potrebbe dirsi finita qui, ma siccome questo sforzo in più fra poche righe ci tornerà utile, eseguiamo anche l'**analisi dei carichi per il solaio di copertura non praticabile**:

sovraccarico	100 daN/m <sup>2</sup>
solaio 20 cm	260 daN/m <sup>2</sup>
finitura (massetto+pavimento)	100 daN/m <sup>2</sup>
intonaco30	30 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>490 N/m<sup>2</sup></b>

**Linearizziamo il carico** (come l'operazione si compie è stato visto nel cap. 3.3) si eseguono alcuni schizzi a mano che vedremo anch'essi nel prossimo capitolo e si passa all'analisi dei carichi della trave che scegliamo nella 2T/2-5.

Come si è visto questa trave assume il carico di mezzo solaio alla sua destra e mezzo solaio alla sua sinistra ovvero  $1,50 + 1,50 = 3,00\text{m}$  da "spalmare" lungo l'asse longitudinale della trave, a questo va aggiunto il peso proprio, linearizzato, della stessa che assumiamo di dimensioni  $30 \times 50\text{cm}$  (come queste vengono definite sarà argomento del capitolo 5); quindi:

sovraccarico = $690 \times 3,00$	2070 daN/m <sup>2</sup>
peso proprio = $2500 \times 0,30 \times 0,50$	375 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>2445 N/m<sup>2</sup></b>

Visto che l'area di competenza è la stessa come sono identiche le dimensioni della trave linearizziamo anche il carico della trave relativa al solaio di copertura:

sovraccarico = $490 \times 3,00$	1470 daN/m <sup>2</sup>
peso proprio = $2500 \times 0,30 \times 0,50$	375 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>1845 N/m<sup>2</sup></b>

Anche qui si eseguono alcuni schizzi e si passa a calcolare il pilastro.

La carpenteria che abbiamo disegnato è riferita al secondo impalcato come indicato dalla linea di sezione (fig. 17), ora possiamo scegliere se dimensionare un pilastro del secondo livello o vogliamo andare a dimensionare il pilastro più basso e carico ovvero quello del primo livello. In questa scelta è la motivazione della doppia analisi dei carichi fatta per il solaio e per la trave, infatti se avessimo deciso di occuparci del pilastro P5 sarebbe necessario rifare l'analisi dei carichi per il solaio, se invece decidessimo di occuparci del pilastro P14 sarebbe necessario fare un'apposita analisi dei carichi per il solaio e la trave di copertura; ma siccome noi sappiamo quali sono le regole del gioco ci siamo premuniti

e con poco sforzo, quando eravamo ancora in argomento, ci siamo anticipati il lavoro, quindi andiamo ad occuparci del pilastro P14.

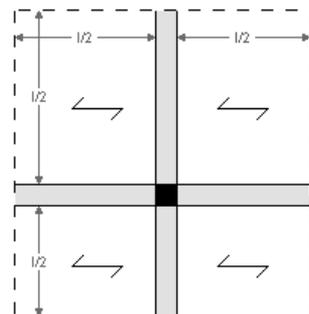
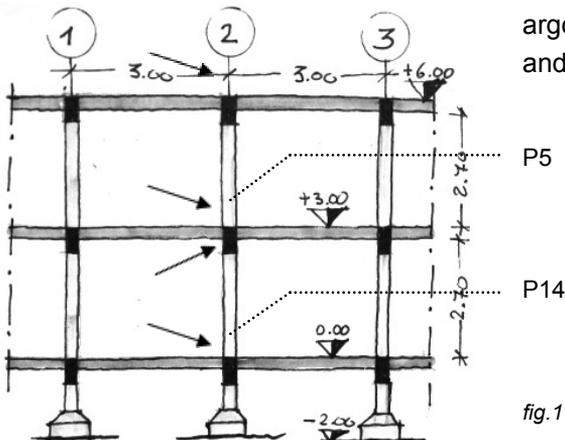


fig.17 - 18

Nota di servizio: come una trave sorregge due metà di un solaio così un pilastro centrale sorregge le quattro metà delle travi che vi convergono (fig. 18) per il resto nulla di complicato si tratta di esprimere tutti i carichi in daN in funzione dell'area d'influenza, senza scordarsi di aggiungere il peso presunto dei pilastri che supponiamo di dimensioni 30x30:

solaio di copertura = 490 x 10,50	5145 daN
travi di copertura = 375 x (1,50+1,50+1,50+2,00)	2437 daN
pilastro P5 = 2500 x 0,30 x 0,30 x 2,70	607 daN
solaio interpiano = 690 x 10,50	7245 daN
travi interpiano = 375 x (1,50+1,50+1,50+2,00)	2437 daN
pilastro P14 = 2500 x 0,30 x 0,30 x 2,70	607 daN
<b>totale</b>	<b>18478 daN</b>

Come si può notare non abbiamo riportato i dati relativi ai carichi del solaio di terra, infatti le nostre intenzioni sono limitate al dimensionamento della sezione di base del pilastro P14, se volessimo invece occuparci direttamente delle dimensioni dell'ultimo dei pilastri il c.d. pilastro nano (fig. 17) anch'esso delle dimensioni di 30x30cm e con un'altezza di circa 70cm, l'analisi dei carichi così si completa:

solaio di copertura = 490 x 10,50	5145 daN
travi di copertura = 375 x (1,50+1,50+1,50+2,00)	2437 daN
pilastro P5 = 2500 x 0,30 x 0,30 x 2,70	607 daN
solaio interpiano = 690 x 10,50	7245 daN
travi interpiano = 375 x (1,50+1,50+1,50+2,00)	2437 daN
pilastro P14 = 2500 x 0,30 x 0,30 x 2,70	607 daN
solaio di terra = 690 x 10,50	7245 daN
travi di terra = 375 x (1,50+1,50+1,50+2,00)	2437 daN
pilastro nano = 2500 x 0,30 x 0,30 x 0,70	157 daN
<b>totale</b>	<b>28317 daN</b>

Quanto fatto fin qui, una volta inseriti gli schizzi a mano che vedremo a breve, si può già reputare più che sufficiente; ma siccome abbiamo ancora tempo, spazio sul foglio e vogliamo finire quanto iniziato, effettuiamo l'analisi dei carichi della fondazione che scegliamo essere a plinto con dimensioni di 1,50x1,50x0,70m; siamo quindi in grado di determinare il peso ultimo che si scarica sul terreno:

riporto al pilastro nano	28317 daN
fondazione = 2500x1,50x1,50x0,70	3937 daN
<b>totale</b>	<b>32254 daN</b>

Questo è quanto il terreno deve essere in grado di sopportare; in seguito vedremo come sia possibile effettuare una completa analisi dei carichi per un edificio di modeste dimensioni, con un poco di esperienza e di esercizio, si è tranquillamente in grado di eseguire il tutto in circa 20/30 minuti.

### AVVERTENZE

Va comunque detto che un'analisi completa può essere effettuata, tempo permettendo, per strutture relative a tipologie modeste non tanto in estensione planimetrica quanto in altezza; infatti è facilmente comprensibile che la difficoltà maggiore è nella diversa situazione in cui possono trovarsi differenti solai impilati l'uno sull'altro, nonché nel riportare senza errori la somma delle azioni sui diversi pilastri e sulle fondazioni.

Possiamo quindi dire che un'analisi del genere la si può eseguire senza tanti patemi, per case unifamiliari isolate, bi e tri familiari, schiere, palestre, cinema teatri (limitatamente agli spazi accessori di più modesta estensione delle campate), case di riposo, piccoli alberghi o motel, scuole, e quanto di simile ma non oltre i tre piani massimo; per le altre tipologie quali l'edilizia residenziale in linea o a torre, e più in generale tutto ciò che è sopra ai due/tre livelli, l'analisi può tranquillamente limitarsi a quanto succede su di un solo impalcato relativamente al solaio ed alla trave e se siamo bravi al pilastro – spingersi oltre con le lancette che corrono e l'estensione del tema non è molto prudente.

Come più volte già espresso nel corso del presente capitolo tutti i concetti ed espressioni di calcolo sono liberamente applicabili, fatte le dovute correzioni, alla quasi totalità dei casi possibili.

# parte 2

Quanto esposto nella prima parte comprende sia nozioni di conoscenza generale sulla materia (Cap. 1), che aspetti direttamente legati alla seconda prova scritta (Cap. 2 e 3), di carattere indipendente da aspetti più specifici, comunque sempre riconducibili a strutture in C.A.– ovvero:

**4 SOLAI**

**5 TRAVI E SBALZI**

**6 PILASTRI**

**7 FONDAZIONI**

La trattazione anche se articolata in capitoli separati, prevede di dimensionare una intera struttura partendo dalla sua sommità fino al suo attacco a terra; il fine è quello di dare sì una visione organica di come tutto il pacchetto strutturale si comporta, ma anche di dare la possibilità a chi deve affrontare la prova scritta di dimensionamento, di poter estrapolare un solo elemento strutturale e procedere al suo calcolo – come richiesto dalle commissioni



In questo capitolo, come in quelli che seguiranno, andremo in parte a riprendere nozioni già viste ma che d'ora in poi verranno contestualizzate caso per caso in funzione dell'elemento strutturale che staremo esaminando; in questo modo anche nozioni che sono rimaste lì appese senza lasciare il segno troveranno una ragion d'essere.

#### 4.1 – Analisi dei carichi

Come visto nel capitolo precedente l'analisi dei carichi è composta in generale da due apporti, il peso proprio della struttura ed i sovraccarichi – accidentali e permanenti -.

Per conoscere il peso proprio occorre conoscere le dimensioni della struttura quindi dobbiamo essere in grado di definirle con una certa veridicità, i solai in generale rispondono ad una regoletta semplicissima ovvero lo **spessore può assumersi come pari ad 1/25** della luce; in relazione alla tabella riportata nel capitolo 3.1 possiamo aggiungervi un'ulteriore stringa con le luci approssimative:

Dimensioni del solaio in laterocemento (cm)				
h laterizio	h caldana (min 4 cm)	h totale	luci approssimative	peso solaio (daN/m <sup>2</sup> )
16	4	20	< 400-500	<b>260</b>
18	4	22	450-550	<b>280</b>
20	4	24	500-600	<b>300</b>
24	4	28	600-700	<b>340</b>

Questo dà risposta a come, una volta disegnata la pianta della carpenteria, possiamo dire che spessore ha un solaio, certo nella realtà è una dimensione che deve essere verificata ed armata ma per quanto ci occorre può andare bene così.

Detto questo facciamo alcune precisazioni sul rapporto fra sovraccarichi e solaio, quanti ce ne possiamo trovare di fronte?

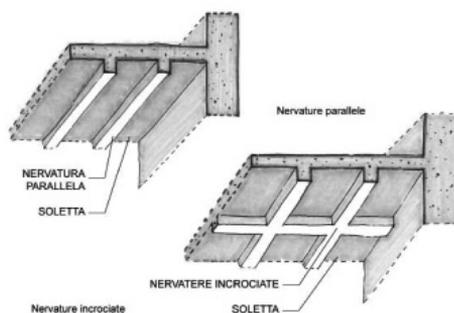
- **Solaio di copertura**
  - Praticabile
  - Non praticabile
- **Solai di interpiano**
- **Solai di fondazione**
  - In laterocemento
  - Soletta in C.A.

Come forse sarà già chiaro, anche in fase di predimensionamento dobbiamo avere ben chiaro quale sia la situazione complessiva dei solai che compongono il nostro progetto; perché qualora si riesca a giungere alla definizione dei pilastri le mancanze possono farsi sentire. Va infatti tenuto conto che ogni intervento, anche il più semplice come un edificio ad un solo livello, è quantomeno composto di due solai, quello di calpestio e quello di copertura che possono anche essere eseguiti con diversa tecnologia.

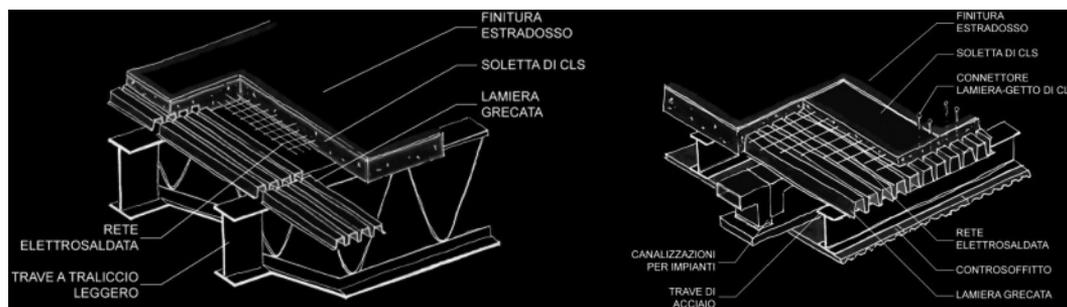
La differenza che a noi interessa è il legame fra tipo, sovraccarico e peso complessivo, ad esempio in una piccola struttura come una casa a schiera possiamo trovarci di fronte a ben tre tipi diversi di solaio il che - come è logico - non solo comporta cambiamenti ai sovraccarichi ma anche ai pesi propri. Il solaio di copertura potrà essere ad esempio di tipo non praticabile eseguito in laterocemento con massetto delle pendenze e semplice guaina di impermeabilizzazione; quello di calpestio, simile a quello di copertura, ma senza impermeabilizzazione sostituita dal rivestimento e con il sovraccarico previsto per le civili abitazioni, quello di fondazione eseguito in un'unica soletta in C.A. e massetto d'usura.

Oltre a questo va aggiunto che nel panorama tecnologico si possono trovare una pletura di possibilità che rimane complicato trattare in maniera esaustiva in questa sede – comunque sia, in generale possiamo dire che la situazione può essere focalizzata in questi termini:

**1 SOLAI MONOLITICI** che sono costituiti dal solo getto in C.A. e presentarsi con spessore costante od essere frutto dell'unione di una soletta sottile e di un sistema, mono o bidirezionale, di travi che da luogo alla c.d. soletta nervata

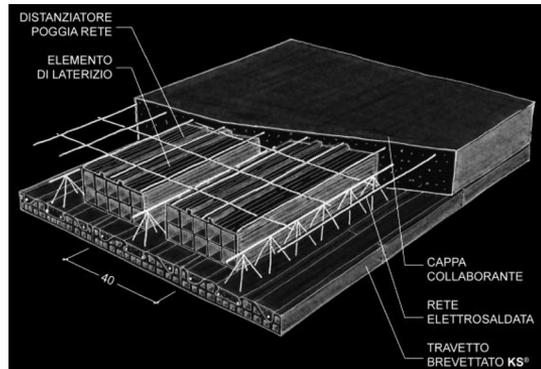


**2 SOLAI IN C.A. E LAMIERA GREGATA**, sono realizzati con un foglio di lamiera gregata che costituisce lo stampo del getto stesso andando a creare una nervatura di irrigidimento – qualora si utilizzi una lamiera ad aderenza migliorata la stessa va ad armare il solaio proprio nella zona tesa

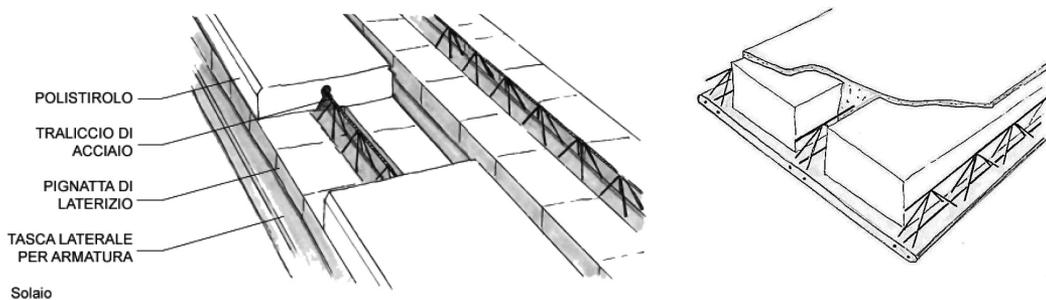


### 3 SOLAI IN LATEROCEMENTO

sono fra i più diffusi e risultano formati da degli elementi strutturali che sono i travetti e da degli elementi di alleggerimento a perdere che sono le pignatte; i travetti possono essere prefabbricati o gettati in opera, normali ed in C.A.P., mono o bidirezionali – il risultato finale è molto simile a quello dei solai monolitici la differenza sta nel fatto che in questo caso gli elementi di alleggerimento sono a perdere



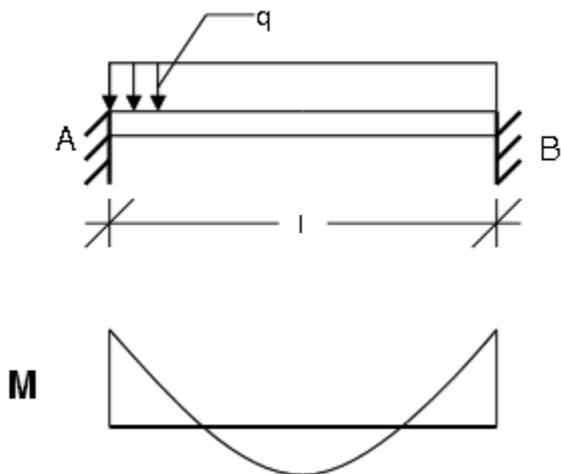
**4 SOLAI A PREDALLE**, ed altri, fanno parte di quella galassia di strutture prefabbricate che vanno a rimpinguarsi giorno per giorno di nuovi tipi – in generale sono costituiti da una soletta pre-armata e da elementi di alleggerimento a perdere in laterizio od anche in polisterolo, il tutto da completare con un getto da eseguire a piè d'opera, a questi sono da affiancare tutti i casi per così dire ibridi frutto della fusione di diversi tipi.



Per quanto ci riguarda limiteremo il nostro campo d'interesse ai soli solai in laterocemento sia per ovvi motivi di conoscenza sia perché questa tipologia risulta essere quella che meglio si adatta alle diverse casistiche dell'esame di stato; e quindi ricapitolando:

- decidiamo che impalcato proporre
- disegniamo la pianta della carpenteria con tessiture, interassi e quantaltro
- in funzione dell'interasse con la regoletta del 1/25 calcoliamo lo spessore
- effettuiamo l'analisi dei carichi in  $\text{daN/m}^2$
- linearizziamo (per travetti con interasse 0,50m basta moltiplicare appunto per 0,50)
- disegniamo i diagrammi statici di riferimento
- schizzi con la disposizione delle armature e dimensioni di massima

## 4.2 – Diagrammi statici di riferimento



Nei differenti step troviamo «...diagrammi statici di riferimento»; una struttura per quanto complessa può essere facilmente scomposta negli elementi semplici che abbiamo visto nel capitolo 1; un solaio in particolare è riferibile allo schema di una trave doppiamente incastrata con carico uniformemente ripartito.

Diamo un'occhiata ai momenti flettenti:

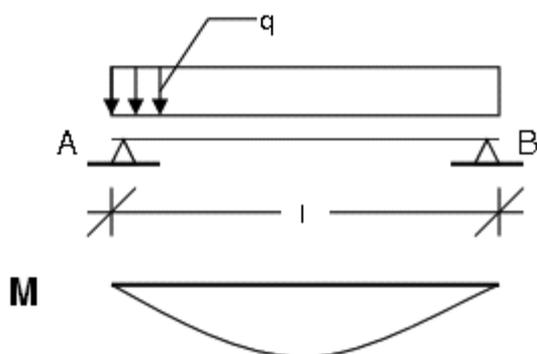
$$M_A = M_B = (q \cdot l^2)/12$$

$$M_{MAX} = (q \cdot l^2)/24$$

come si vede il momento oscilla fra un certo valore in mezzeria ed un altro, pari al doppio, all'incastro. Ricordiamo che il momento flettente innesca un fenomeno di trazione al lembo inferiore in mezzeria ed a quello superiore all'incastro. Leggendo il diagramma dei momenti, procedendo verso gli incastri la situazione va via via diminuendo fino ad invertirsi, questo significa che se l'armatura si oppone agli sforzi di trazione innescati dalla flessione, questa deve essere disposta in basso in mezzeria e superiormente agli incastri.

Ora anche se non sappiamo quanta armatura è necessario disporre è chiaro che, in linea di massima, a momento doppio corrisponde una quantità di ferro doppia. Questo però nella realtà non avviene mai. Perché? Il momento di una trave appoggiata ha valore massimo in mezzeria di  $M_{MAX} = (q \cdot l^2)/8$  e nullo agli estremi essendovi delle cerniere; quindi nel complesso abbiamo tre momenti, uno massimo  $(q \cdot l^2)/8$ , uno minimo  $(q \cdot l^2)/24$  ed uno medio  $(q \cdot l^2)/12$ .

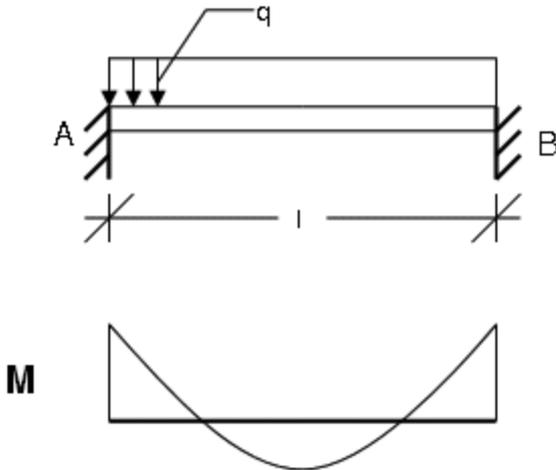
Quello che noi abbiamo considerato un incastro perfetto nella pratica non lo è, sia per motivi esecutivi che di discontinuità, il punto debole di un oggetto – anche monolitico – è dove questo si piega; in pratica si tratta di un incastro imperfetto o semi-incastro, questo vuol dire che il diagramma deve essere una via di mezzo fra quello della trave incastrata e



quella incernierata.

Prendiamo in esame per primi gli estremi, è chiaro che incastro o semi-incastro che sia, deve esserci un momento che per praticità, ed a favore di sicurezza, assumiamo pari al caso più gravoso, quello dell'incastro perfetto [ $M_A = M_B = (q \cdot l^2)/12$ ] in mezzeria applichiamo lo stesso ragionamento, fra i tre momenti a

disposizione scartiamo quello relativo all'appoggio, per imperfetto che sia è pur sempre un incastro e mai una cerniera; quindi la scelta si restringe ai valori medio e minimo, in favore di sicurezza scegliamo il valore medio ovvero  $(q \cdot l^2)/12$ . Quindi ci troviamo di fronte ad una situazione di comodo così modificata:



$$M_A = M_B = (q \cdot l^2)/12$$

$$M_{MAX} = (q \cdot l^2)/12$$

Questo spiega perché sia al nodo che in mezzeria, le travi presentano la stessa quantità di armatura e lo stesso vale per i travetti.

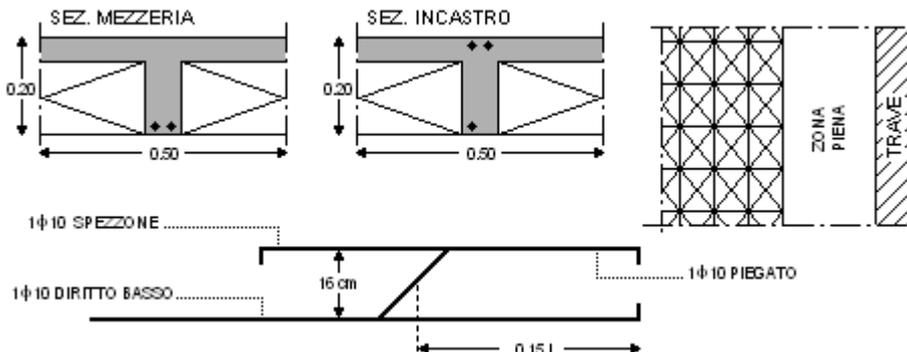
Per quanto concerne il diagramma del taglio, e la sua variazione, questo non subisce alcun aggiustamento, bensì si mantiene inalterato.

### 4.3 – Rappresentazione e disegno delle armature

Ora occupiamoci degli schizzi.

Lo scopo, non è quello di fornire una distinta dei ferri con lunghezze piegature e quant'altro, ma è di comunicare la nostra conoscenza dei problemi, degli sforzi e di come ci si oppone a questi. Supponiamo che ci si stia occupando di un solaio gettato in opera e che quindi le armature vengono tagliate e posate a piè d'opera questo significa che dobbiamo sapere come sono fatte.

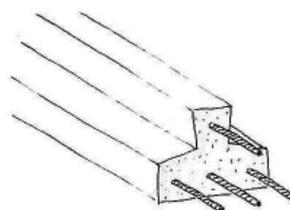
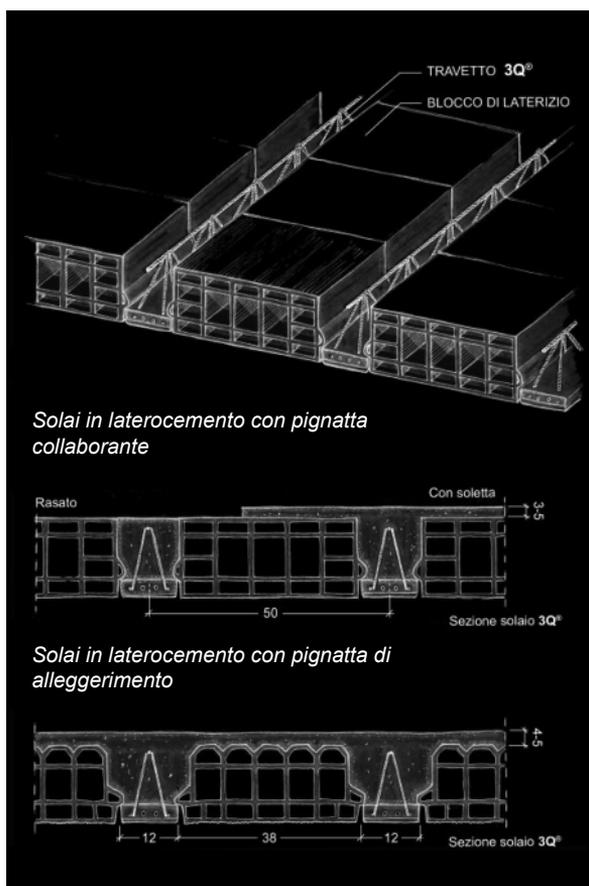
Si ragiona come per una trave, in mezzeria va posizionato tanto ferro quanto all'incastro, immaginando che siano necessari  $2\phi 10$  per opporsi alle tensioni di trazione, i diagrammi si presentano come segue:



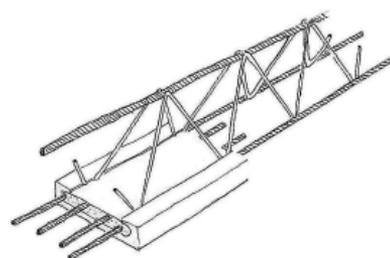
Come si vede dei due ferri che corrono in basso nella sezione di mezzeria una barra viene piegata e portata sopra, quindi ulteriormente integrata da uno spezzone dello stesso diametro. Nella piccola pianta al lato vi è rappresentata una zona piena di circa 0,15xl per contrastare l'inversione dei momenti, ma cosa significa?

Con l'inversione delle tensioni di trazione, quelle di compressione seguono la stessa sorte e quindi se in mezzeria l'area compressa è superiore, all'incastro si trova in quella inferiore. Ma mentre in mezzeria, grazie alla soletta si ha sufficiente sezione di calcestruzzo per opporsi alla compressione il solo spessore del travetto è di circa metà della sua altezza non sono sufficienti quando si giunge all'incastro, per questo senza ulteriori complicazioni di calcolo si procede al getto di una zona piena, che nella realtà del cantiere si ottiene levando un paio di pignatte.

Quello mostrato in esempio è un solaio interamente realizzato a pié d'opera, oggi diverse case sono in grado di fornire solai delle più diverse tipologie per dare risposta a tutte le normali necessità del progettista fra questi ricordiamo il solaio in laterocemento con travetti a traliccio e fondello in laterizio prefabbricati od in C.A.P ed elementi in cotto di alleggerimento o collaboranti:

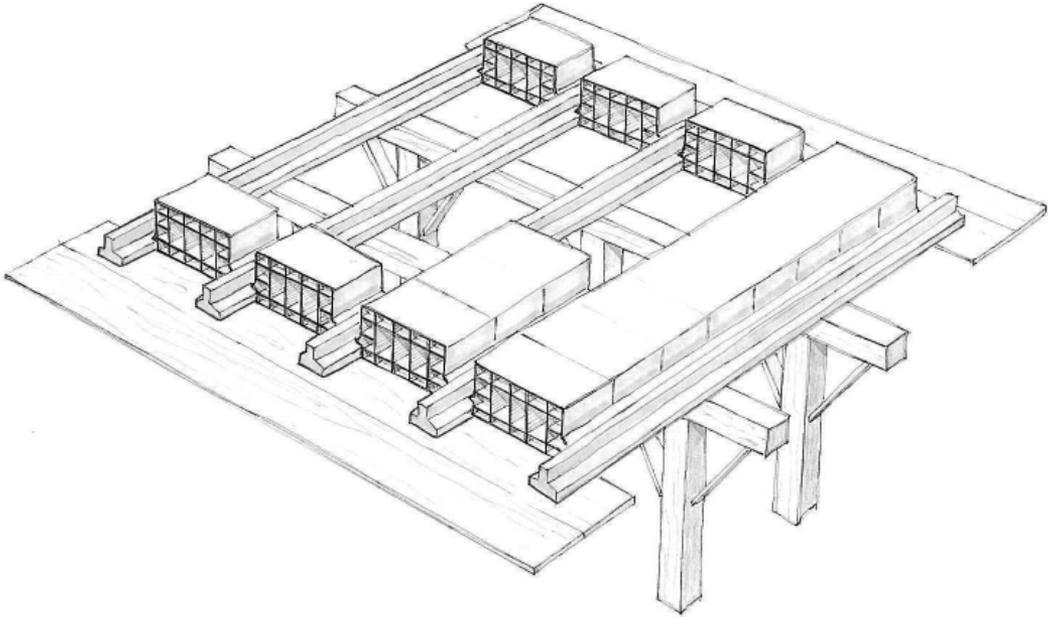


*Travetto in C.A.P.*



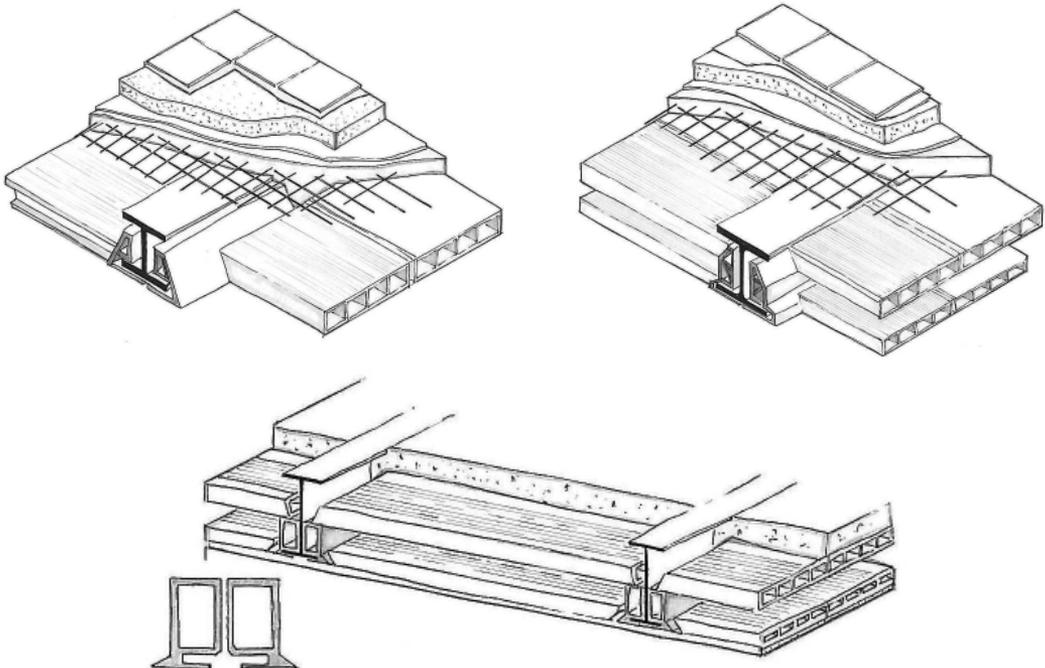
*Travetto a traliccio prefabbricato con fondello in laterizio*

La possibilità di ricorrere a strutture in parte prefabbricate rende la realizzazione dell'opera più rapida ed economicamente vantaggiosa:

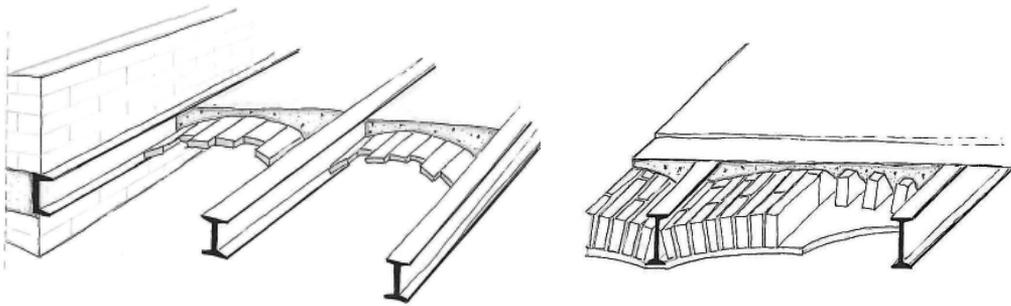


Vi è inoltre la possibilità di ricorrere a strutture c.d. miste in acciaio e laterizio fra le quali ricordiamo:

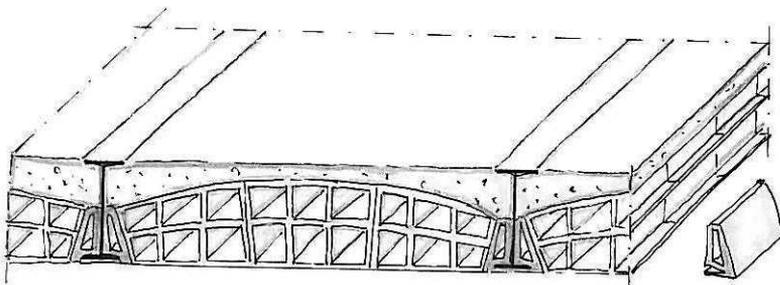
■ Solai in profilati e tavelle o tabelloni



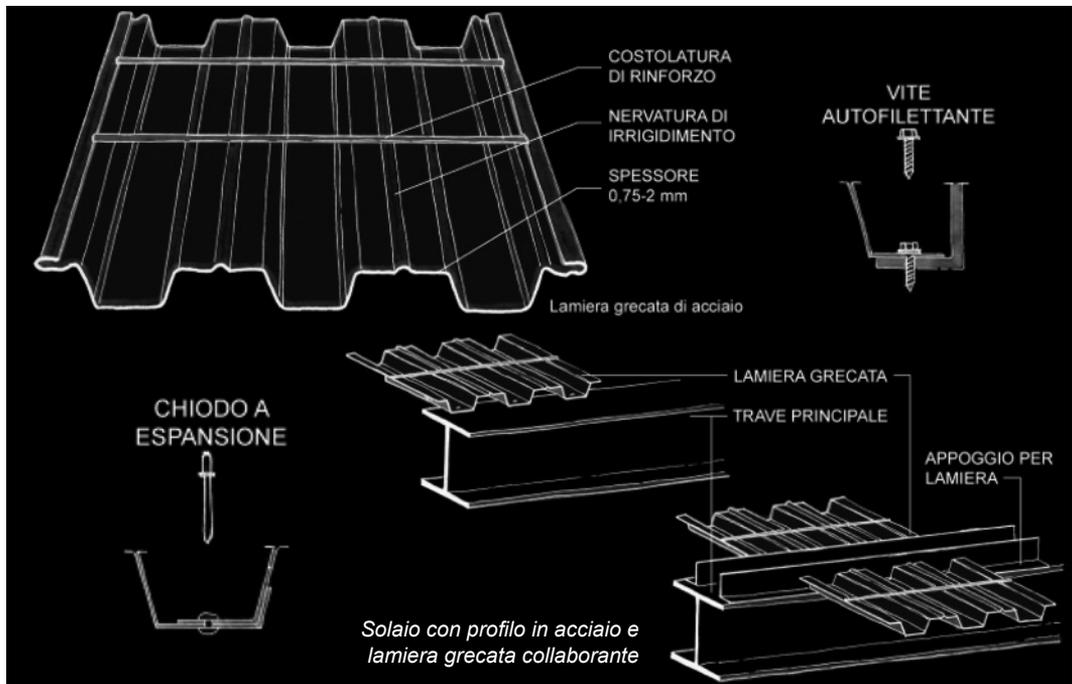
■ Volte di mattoni in foglio od a coltello



■ Solai in profili e volterrane



Inoltre possiamo cambiare completamente tecnologia e rivolgerci a strutture in carpenteria metallica con lamiere grecate collaboranti e non:



#### 4.4 – Dimensionamento di un solaio a travetti prefabbricati

Quello che abbiamo analizzato fino ad ora è un solaio interamente realizzato a piè d’opera, ma come si è visto la tecnologia offre diverse opzioni e tra queste la più diffusa è quella dei solai in laterocemento costituiti da travetti prefabbricati con fondello in laterizio ed elementi di alleggerimento in laterizio, il tutto da completare con un getto di conglomerato cementizio.

La scelta di questa tecnologia prevede dei passaggi leggermente diversificati; infatti in questo caso siamo si noi progettisti a scegliere il prodotto ma fra una casistica ristretta fornita dai fabbricanti dei travetti.

Questo, sotto certi aspetti, semplifica la cosa in quanto si tratta di calcolare il momenti d’esercizio, detto appunto momento di calcolo MC, e confrontarlo con il cosiddetto momento di servizio MS fornito dal costruttore per ogni suo specifico prodotto; vediamo un esempio.

Riprendiamo l’analisi dei carichi del solaio di interpiano fatta al capitolo precedente:

sovraccarico.....	200 daN/m <sup>2</sup>
solaio 20 cm.....	260 daN/m <sup>2</sup>
finitura (massetto+pavimento).....	100 daN/m <sup>2</sup>
intonaco.....	30 daN/m <sup>2</sup>
tramezzature.....	100 daN/m <sup>2</sup>

**TOTALE 690 daN/m<sup>2</sup>**

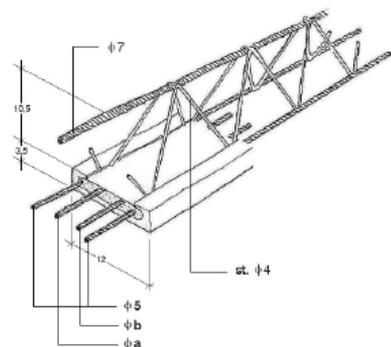
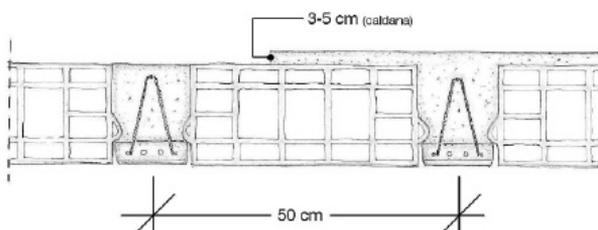
linearizziamo per un interasse tra i travetti di 0,50 m:

$$q = 690 \times 0,50 = 345 \text{ daN/m}$$

e calcoliamone il momento per una luce pari a 3,00 m:

$$M_{MAX} = M_C = (q \cdot l_2^2)/12 = (345 \cdot 3,00^2)/12 = 259 \text{ daNm}$$

Scelto fornitore e modello del solaio, nel nostro caso supponiamo di far riferimento ad un Celersap traliccio R 38/50, si prende la tabella a questo relativo fornita dal produttore e si



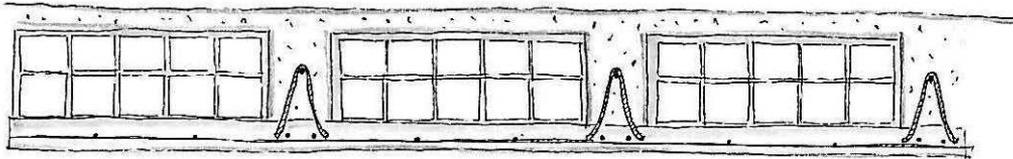
Solaio realizzato con elementi prefabbricati tipo **Celersap - traliccio R 38/50**

Tabella per dimensionamento di solaio per confronto diretto tra momento di calcolo  $M_c$  e momento di servizio  $M_s$ ; tale che  $M_c < M_s$

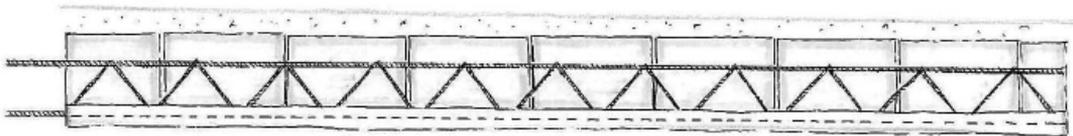
CARATTERISTICHE COSTRUTTIVE			MOMENTI MAX DI SERVIZIO $M_s$ (kgm)													CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA SEZIONE TUTTA REAGENTE LARGA 1 m				
Altezza	Peso travi e blocchi	$\zeta_{0,01g}$	Riferiti alla striscia di solaio larga 1 m													A	Z	J		
H cm	Kg/m <sup>2</sup>	l/m <sup>2</sup>	$\sigma_1 = 65$ - $\sigma_c = 85$ - $\sigma_s = 2400$													(cm <sup>2</sup> )	(cm)	(cm <sup>4</sup> )		
12	+3	52	236	464	561	675	806	963	1117	1308	1481	1611	1731	1893	2096	2275	784	7,86	21615	
	+4	62	254	501	606	728	869	1040	1206	1413	1611	1811	2036	2259	2579	2700	899	9,61	36228	
	+5	72	273	537	650	782	934	1117	1296	1518	1731	1983	2275	2579	2700	1399	10,04	74056		
16,5	+0	33	265	524	633	763	909	1084	1222	1289	1345	1388	1466	1701	1893	2275	1284	8,88	56031	
	+3	63	319	630	761	917	1095	1311	1521	1782	2036	2156	2465	2799	3078	3190	1084	8,34	41237	
	+4	73	338	666	806	971	1159	1388	1611	1887	2154	2465	2799	3078	3190	1299	1184	8,59	48399	
	+5	83	356	703	851	1025	1224	1451	1738	2018	2365	2700	3078	3190	1399	1399	1284	8,88	56031	
20	+0	42	330	653	789	948	1129	1349	1565	1799	1876	1876	1876	1876	1876	1876	899	9,61	36228	
	+3	72	384	759	918	1106	1321	1582	1838	2156	2465	2799	3078	3190	1299	1199	1199	9,83	64232	
	+4	82	403	796	963	1160	1386	1660	1927	2259	2579	2700	2700	2700	1299	1299	1299	10,04	74056	
	+5	92	422	833	1008	1214	1451	1738	2018	2365	2700	3078	3190	1399	1399	1399	1399	10,28	84413	
25	+0	55	423	838	1014	1222	1458	1742	2020	2365	2699	2699	2699	2699	2699	2699	1113	12,06	70287	
	+3	85	478	944	1142	1377	1646	1972	2293	2692	3078	3078	3078	3078	3078	3078	1413	12,18	113952	
	+4	95	496	981	1187	1431	1710	2049	2380	2792	3190	3190	3190	3190	3190	3190	1513	12,34	128976	
	+5	105	515	1018	1232	1485	1775	2128	2471	2898	3310	3310	3310	3310	3310	3310	1613	12,55	144454	
ARMATURA INFERIORE TRALICCIO			2 $\phi$ 5													Distanza				
ARMATURA INTEGRATIVA																asse				
																neutro				
																da bordo				
																superiore				
SEZIONE PER LA STRISCIA DI 1m A = cm <sup>2</sup>			5	6	7	8	8	10	10	10	10	12	12	12	12	12	12	12	12	12
			5	6	7	8	10	10	10	10	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
			0,785	1,57	1,916	2,324	2,796	3,361	3,926	4,618	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309
			0,785	1,57	1,916	2,324	2,796	3,361	3,926	4,618	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309	5,309

vede che per un solaio di  $16+4 = 20$  cm (in grigio chiaro) il momento di servizio  $M_s$  immediatamente utile è pari a 338 daNm; e procedendo verticalmente nella colonna vediamo che l'armatura principale è costituita da  $2\varnothing 5$  e non è prevista armatura integrativa. Supponiamo, a favore di chiarezza, che per qual si voglia motivo il risultato relativo al momento di calcolo fosse 1200 daNm, in questo caso il valore del momento di servizio più prossimo (in grigio scuro) è di 1388 daNm; questo comporta che i nostri travetti oltre ad essere forniti dei canonici  $2\varnothing 5$ , saranno dotati di un'armatura integrativa che prevede in posizione a  $1\varnothing 8$  ed in posizione b  $1\varnothing 10$ .

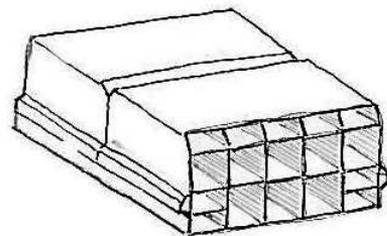
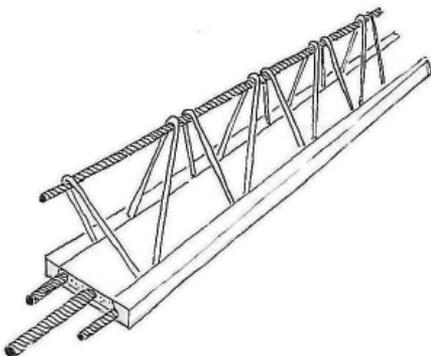
Come per il solaio in laterocemento completamente realizzato in opera, concludiamo l'elaborato proponendo alcuni disegni e note esplicative delle scelte tecnologico-costruttive effettuate.



*Sezione trasversale*



*Solaio longitudinale*



*Travetto prefabbricato con fondello in laterizio e pignatta di alleggerimento*

Questo metodo che possiamo anche definire tabellare, non prescinde da una considerazione importante, ovvero che le tabelle non sono sempre valide ed intercambiabili fra loro bensì specifiche per ogni produttore e prodotto; questo comporta che, come si esegue la prescrizione dei materiali per calcestruzzo ed acciaio, qui si faccia altrettanto per il solaio, avendo l'accortezza di riportare le specifiche di prodotto e produttore cui si sta facendo riferimento.

#### 4.5 – Dimensionamento di un solaio in lamiera grecata

Delle varie soluzioni tecnologiche esposte, un'altra delle più frequentemente adottate è quella che prevede l'utilizzo di elementi preformati, la lamiera grecata, in acciaio e getto di conglomerato.

In rete è facilmente reperibile una vasta offerta di lamiere grecate cui attingere corredate dalle relative schede tecniche che raccontano le caratteristiche statiche e tecniche di ognuna, più in generale possiamo dire che esistono due macrogruppi:

- **lamiere grecate lisce:** utilizzate come semplice cassaforma a perdere per l'esecuzione del getto
- **lamiere grecate ad aderenza migliorata:** (dette *Hi-bond*) che oltre a fornire una cassaforma per il getto, aderiscono a questo grazie a delle asperità presenti sulla superficie diventando una sorta di armatura in zona tesa.

Per la nostra trattazione utilizzeremo una delle lamiere più generiche e diffuse, ovvero la lamiera grecata liscia per solai non collaborante del **tipo A 55/P 600** (in cui il numero seguente la A indica l'altezza, 55 mm, e quello la P il c.d. passo utile del foglio, 600 mm); limitandoci solamente a verificare che la freccia massima di inflessione sia inferiore a quella ammissibile – vediamo come.

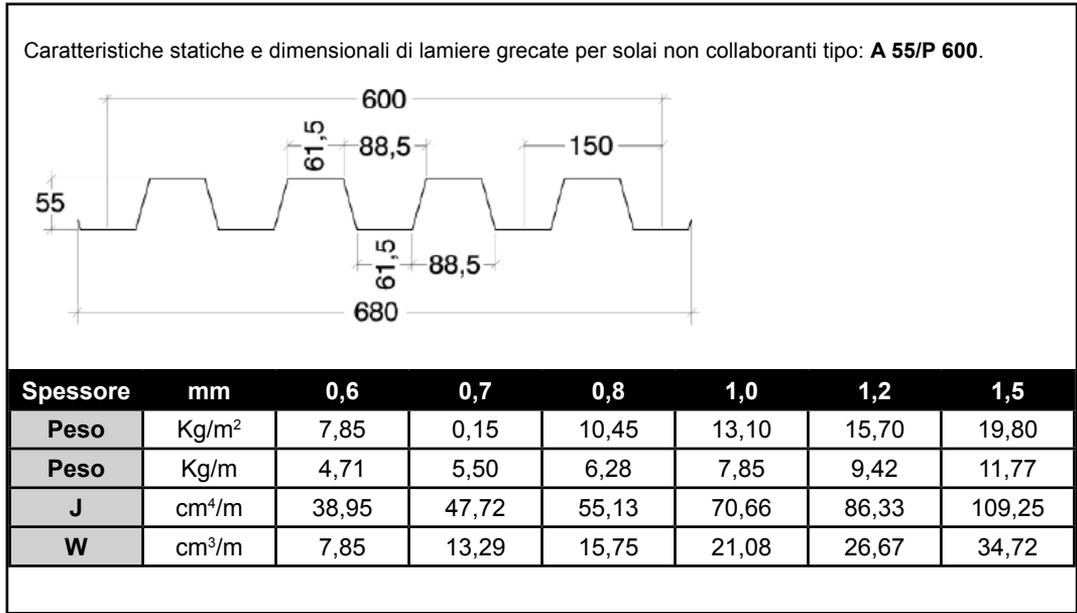
Supponiamo di dover progettare un solaio in lamiera grecata tipo A 55/P 600 non collaborante e getto di conglomerato organizzato in due campate di luce pari a 1.30 m per dei locali destinati a civile abitazione; procediamo anzitutto alla solita analisi dei carichi:

- |                                      |                        |
|--------------------------------------|------------------------|
| • sovraccarico.....                  | 200 daN/m <sup>2</sup> |
| • solaio .....                       | 200 daN/m <sup>2</sup> |
| • finitura (massetto+pavimento)..... | 100 daN/m <sup>2</sup> |
| • intonaco.....                      | 30 daN/m <sup>2</sup>  |
| • tramezzature.....                  | 100 daN/m <sup>2</sup> |

TOTALE **630 daN/m<sup>2</sup>**

Ipotizziamo di utilizzare una lamiera di spessore 0,60 mm e dalla tabella per le lamiere tipo A 55/P 600, ricaviamo i parametri **J** e **W** a questa relativi:

Tipo A55/P 600;  $s = 0,6 \text{ mm}$   $\left\{ \begin{array}{l} J = 38,95 \text{ cm}^4/\text{m} \\ W = 10,78 \text{ cm}^3/\text{m} \end{array} \right.$



Nel seguente schema sono stati raccolti il valore del momento e della freccia d'inflessione secondo differenti configurazioni ovvero nel caso di campata semplice, due campate o tre campate; e ne estrapoliamo l'espressioni che rappresentano la nostra ipotesi ovvero quelle per strutture di due campate su tre appoggi:

N° appoggi	Momento	Freccia max	Freccia amm
	$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{5}{384} \frac{ql^4}{EJ}$	$\frac{1}{200} l$
	$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{3}{384} \frac{ql^4}{EJ}$	
	$\frac{ql^2}{10}$	$\frac{3}{384} \frac{ql^4}{EJ}$	

$$M = (q \cdot l^2)/8$$

$$M = (630 \cdot 1,30^2)/8 = 133 \text{ daNm} = 13300 \text{ daNcm}$$

$$f_{\max} = (3/384) \cdot [(1,33 \cdot 130^4)/(2100000 \cdot 38,95)] \leq (1/200) \cdot 130 = f_{\text{amm}}$$

$$f_{\max} = 0,18 \text{ cm} < 0,65 \text{ cm} = f_{\text{amm}}$$

La verifica della freccia risulta soddisfatta; eseguiamo quindi per completezza una normale verifica a flessione semplice, la stessa che vedremo nei capitoli seguenti quando tratteremo delle strutture in acciaio:

$$\sigma_{\max} = M_{\text{MAX}}/W_x \leq \sigma_{\text{amm}}^{\text{st}}$$

$$\sigma_{\max} = 13300/10,78 = 1233,8 \text{ daN/cm}^2 > 1400 \text{ daN/cm}^2 = \sigma_{\text{amm}}^{\text{st}}$$

La verifica è soddisfatta, comunque sia anche nell'ipotesi di verifica non soddisfatta basterà prevedere l'utilizzo di una lamiera di maggiore spessore ovvero passare ad altri tipi di lamiere grecate che offrano, a parità di spessore, caratteristiche statiche migliori – in questo, come già si diceva in precedenza, la rete ci è di valido aiuto fornendo la più variegata possibilità di scelta secondo i differenti fornitori.

Passiamo ora a dimensionare colei che regge il solaio - la trave - ove la cosa più importante da rammentare è che qualunque di queste si prenda in esame, indipendentemente da tipo, luce, impalcato o quant'altro, sorreggerà sempre metà solaio tessuto su di un lato e metà dell'altro.

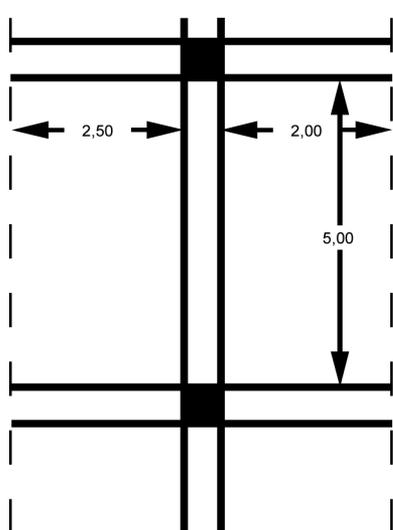
## 5.1 – Analisi dei carichi

Per quanto riguarda la trave, se abbiamo eseguito correttamente l'analisi dei carichi dei solai non ci sono grosse problematiche da affrontare infatti si tratta solamente di:

1. predimensionare la trave ed aggiungerne il peso proprio linearizzato
2. moltiplicare il carico in daN/m<sup>2</sup> per l'area di influenza della trave e linearizzare il carico
3. disegno dei diagrammi statici di riferimento
4. schizzi con la disposizione delle armature

Per praticità riprendiamo l'analisi dei carichi fatta per i solai al cap. 3.4 con dei valori pari a 690 daN/m<sup>2</sup> per il solaio di interpiano e 490 daN/m<sup>2</sup> per il solaio di copertura, ed ipotizziamo che la trave sia chiamata a sorreggere 2.00 m di solaio sul lato destro, 2,50 m su quello sinistro e che la luce da superare sia di 5,00 m (fig. 19).

Come visto per il solaio anche per le travi esiste un metodo sintetico per assegnare in prima battuta una dimensione, questa espressione si esplica in **un'altezza della trave pari a 1/12 della luce** quindi nel nostro esempio:



$$h = 5,00/12 = 41,7 \text{ cm}$$

che realisticamente approssimiamo a 45 cm di altezza mentre per quanto riguarda la dimensione della base c'è poco da scegliere, è quella del pilastro, che supponiamo di aver previsto di 30x30 cm – quindi in conclusione ci troviamo con una trave di 30x45 cm e luce 5,00 m; riassumendo:

- |   |   |
|---|---|
| 1 | determinare il peso proprio della trave |
| 2 | aggiungervi quello del solaio           |
| 3 | linearizzare il tutto                   |
| 4 | diagrammi statici di riferimento        |
| 5 | schizzi e disegno delle armature        |

Figura 19

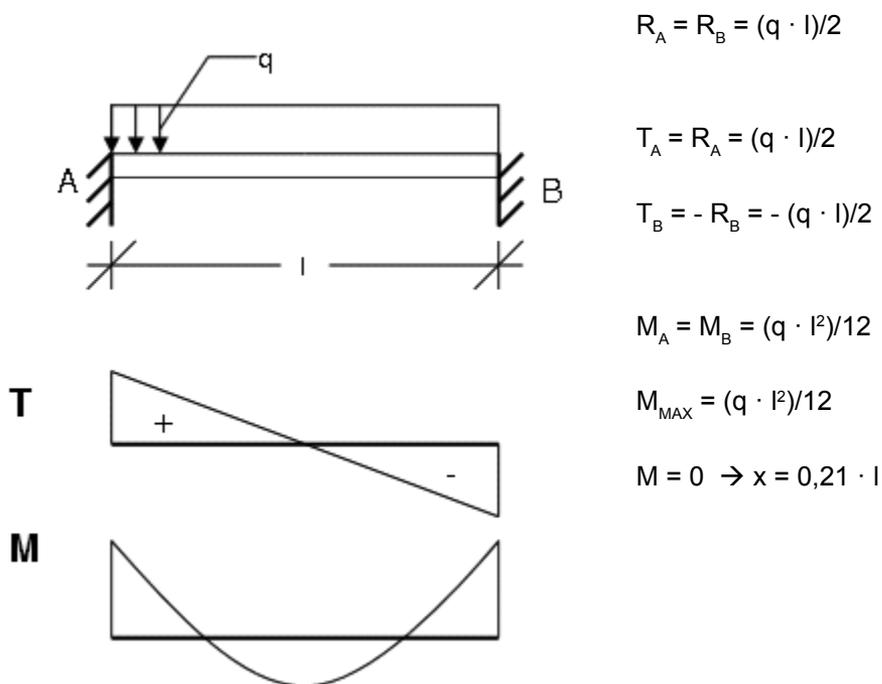
Impalcato del solaio di copertura	
peso proprio = $2500 \times 0,30 \times 0,45 =$	337 daN/m
solaio = $490 \times (2,00 + 2,50) =$	2205 daN/m
<b>totale</b>	<b>2542 daN/m</b>

Impalcato del solaio di interpiano	
peso proprio = $2500 \times 0,30 \times 0,45 =$	337 daN/m
solaio = $690 \times (2,00 + 2,50) =$	3105 daN/m
<b>totale</b>	<b>3442 daN/m</b>

## 5.2 – Diagrammi statici di riferimento

Ricordiamo quanto visto al cap. 4.2 quando si sono esaminati i diagrammi statici per i solai. Ovvero la spiegazione fornita per giustificare come mai i momenti sono identici in mezzeria ed agli incastri e quindi perché l'armatura risulta essere costante.

Perfetto, ricicliamo il tutto ed applichiamo senza ulteriori complicazioni alla trave (in fondo il travetto non è che una trave in miniatura) – quindi per questo passaggio completiamo rapidamente il punto tre ricopiando il diagramma e le espressioni del taglio e del momento del solaio:



### 5.3 – Dimensionamento tabellare di una trave

Fra le varie metodologie per il dimensionamento della trave la vecchia normativa ne prevedeva di tabellari che rendevano il calcolo particolarmente semplice e soprattutto rapido; per applicarlo era necessario conoscere semplicemente:

la tensione ammissibile del calcestruzzo  $\sigma_{amm}^{cls}$ ,  
 la tensione ammissibile dell'acciaio  $\sigma_{amm}^{st}$ ,  
 la base della trave  $b$ ,  
 il momento flettente  $M$ ,  
 il coefficiente di omogeneizzazione ( $n = 15$ ),

tutti dati già in possesso del progettista in quanto imposti nella prescrizione dei materiali ( $\sigma_{amm}^{cls}$ ,  $\sigma_{amm}^{st}$ ) e derivanti dal progetto ( $b$ ) essendo solitamente la base della trave della stessa dimensione del pilastro che la supporta.

Vediamone l'applicazione in un esempio pratico.

Richiamiamo la prescrizione dei materiali e l'analisi dei carichi elaborata per l'impalcato del solaio di interpiano:

#### PRESCRIZIONE DEI MATERIALI:

**Rck 300** →  $\sigma_{amm}^{cls} = 97 \text{ daN/cm}^2$  (flessione)  
 $\sigma_{amm}^{cls} = 58 \text{ daN/cm}^2$  (compressione)

**Fe B 44 K** →  $\sigma_{amm}^{st} = 2600 \text{ daN/cm}^2$

- peso proprio =  $2500 \times 0,30 \times 0,45 = \dots\dots\dots$  337 daN/m
- solaio =  $690 \times (2,00 + 2,50) = \dots\dots\dots$  3105 daN/m

TOTALE 3442 daN/m

e calcoliamone il momento per una luce pari a 5,00 m:

$$M_{MAX} = (q \cdot l^2)/12 = (3442 \cdot 5,00^2)/12 = 7171 \text{ daNm} = 717100 \text{ daNcm}$$

Ricaviamo dalla tabella (alla fine del capitolo) i coefficienti  $r$  e  $t$ ; avendo scelto un Fe B 44 K si utilizza la seconda tabella ( $\sigma_s = 2600$ ) mentre per un Rck 300 ( $\sigma_c = 97$ ) la tensione ammissibile ci porta a dover scegliere fra i valori 96 e 98; ed a favore di sicurezza optiamo per 96:

$$\sigma_c = 97 - \sigma_s = 2600 \quad \left\{ \begin{array}{l} r = 0,257 \\ t = 0,001695 \end{array} \right.$$

Applichiamo quindi la prima di due espressioni:

$$h = r \cdot \sqrt{(M/b)} = 0,257 \cdot \sqrt{(717100/30)} = 39,7 \text{ cm} = \mathbf{40 \text{ cm}}$$

quindi l'altezza della trave è computata in 40 cm, cui vanno aggiunti dai 3 ai 5 cm e per questo manteniamo valida la nostra scelta di 45 cm e base 30 cm.

La seconda espressione consente di determinare l'area dell'armatura tesa:

$$A_s = t \cdot \sqrt{(M \cdot b)} = 0,001695 \cdot \sqrt{(717100 \cdot 30)} = 7,86 \text{ cm}^2 = \mathbf{4 \text{ } \varnothing \text{ } 16 \text{ con } A_s = 8,04 \text{ cm}^2}$$

L'infinita casistica della progettazione può porci di fronte a svariate problematiche, nel nostro piccolo cerchiamo di dare risposta ad un paio di queste; come il caso in cui per scelte architettoniche il progetto ci impone una prefissa altezza della trave, in questo caso i dati in nostro possesso sono:

- la tensione ammissibile del calcestruzzo  $\sigma_{amm}^{cls}$ ,
- la tensione ammissibile dell'acciaio  $\sigma_{amm}^{st}$ ,
- l'altezza della trave  $H = h + \text{copriferro}$ ,
- il momento flettente  $M$ ,
- il coefficiente di omogeneizzazione ( $n = 15$ )

dalla tabella ricaviamo i coefficienti  $r$  e  $t$  mentre con l'applicazione della formula inversa otteniamo la base:

$$h = r \cdot \sqrt{(M/b)} \quad \blacktriangleright \quad \mathbf{b = r^2 \cdot (M/h^2)}$$

e procediamo normalmente alla quantificazione dell'armatura:

$$\mathbf{A_s = t \cdot \sqrt{(M \cdot b)}}$$

Un'altra ipotesi fa riferimento al caso in cui siano imposte entrambe le dimensioni della trave, in questo altro caso i dati a nostra disposizione sono:

- la tensione ammissibile del calcestruzzo  $\sigma_{amm}^{cls}$ ,
- la tensione ammissibile dell'acciaio  $\sigma_{amm}^{st}$ ,
- la base della trave  $b$ ,
- l'altezza della trave  $H = h + \text{copriferro}$ ,
- il momento flettente  $M$ ,
- il coefficiente di omogeneizzazione ( $n = 15$ )

in questo ulteriore caso attraverso la formula inversa ricaviamo la  $r$  di calcolo  $r_c$ :

$$h = r \cdot \sqrt{(M/b)} \quad \blacktriangleright \quad r_c = h / \sqrt{(M/b)}$$

determinato  $r_c$  in tabella si cerca il più prossimo valore  $r$ , scegliendo a favore di sicurezza il più alto, ed il corrispondente valore  $t$ , e procediamo alla determinazione dell'armatura:

$$A_s = t \cdot \sqrt{(M \cdot b)}$$

Analogamente si potrebbe avere necessità di procedere ad una sorta di collaudo nel qual caso i dati in nostro possesso sono:

- la tensione ammissibile del calcestruzzo  $\sigma_{amm}^{cls}$ ,
- la tensione ammissibile dell'acciaio  $\sigma_{amm}^{st}$ ,
- la base della trave  $b$ ,
- l'altezza della trave  $H = h + \text{copriferro}$ ,
- il momento flettente  $M$ ,
- il coefficiente di omogeneizzazione ( $n = 15$ )

dalla tabella ricaviamo i coefficienti  $r$  e  $t$  e sempre attraverso una formula inversa si procede ricavando il momento di calcolo  $M_c$ :

$$h = r \cdot \sqrt{(M/b)} \quad \blacktriangleright \quad M_c = h^2 \cdot (b/r^2)$$

confrontiamo il momento di calcolo  $M_c$  con quello dei diagrammi  $M$  tale che sia  $M < M_c$ , ovvero il momento flettente di una trave  $b \times h$  è superiore a quello applicato; mentre nell'eventualità sia  $M > M_c$  la trave non è in grado di opporsi allo sforzo, nel qual caso è necessario procedere a rivedere la sezione (lavorando preferibilmente su  $h$ ) e procedere al calcolo e confronto del nuovo valore  $M_c$ .

Si procede quindi come al solito al dimensionamento dell'area dell'armatura:

$$A_s = t \cdot \sqrt{(M \cdot b)}$$

Si procedeva quindi alla verifica rigorosa dei risultati ottenuti, ma per quanto concerne noi possiamo ritenere la cosa terminata qui, passando direttamente all'esecuzione di alcuni schizzi esemplificativi.

Tabelle per la determinazione dei coefficienti r e t per il dimensionamento di travi ad armatura semplice.

$\sigma_s = 2200$		
$\sigma_c$	r	t
30	0.645	0.000747
35	0.563	0.000863
40	0.501	0.000976
42	0.481	0.001021
44	0.462	0.001066
45	0.453	0.001088
46	0.445	0.001110
48	0.429	0.001154
50	0.415	0.001198
52	0.401	0.001241
54	0.389	0.001284
55	0.383	0.001305
56	0.377	0.001327
58	0.366	0.001369
60	0.356	0.001411
62	0.347	0.001453
64	0.338	0.001495
66	0.330	0.001536
68	0.322	0.001577
70	0.315	0.001618
72	0.308	0.001658
74	0.301	0.001699
76	0.295	0.001739
78	0.289	0.001778
80	0.283	0.001818
82	0.278	0.001857
84	0.273	0.001896
86	0.268	0.001935
88	0.263	0.001974
90	0.259	0.002012
92	0.254	0.002050
94	0.250	0.002088
96	0.246	0.002126
98	0.242	0.002163
100	0.239	0.002200
102	0.235	0.002237
104	0.232	0.002274
106	0.228	0.002311
108	0.225	0.002347
110	0.222	0.002383
112	0.219	0.002420
114	0.217	0.002455
116	0.214	0.002491
118	0.211	0.002526
120	0.209	0.002562

$\sigma_s = 2600$		
$\sigma_c$	r	t
30	0.689	0.000587
35	0.600	0.000679
40	0.533	0.000769
42	0.511	0.000805
44	0.491	0.000840
45	0.481	0.000858
46	0.472	0.000876
48	0.455	0.000911
50	0.439	0.000946
52	0.425	0.000980
54	0.411	0.001015
55	0.405	0.001032
56	0.399	0.001049
58	0.387	0.001083
60	0.376	0.001117
62	0.366	0.001151
64	0.357	0.001184
66	0.348	0.001217
68	0.339	0.001250
70	0.331	0.001283
72	0.324	0.001316
74	0.317	0.001349
76	0.310	0.001381
78	0.303	0.001413
80	0.297	0.001445
82	0.291	0.001477
84	0.286	0.001508
86	0.281	0.001540
88	0.276	0.001571
90	0.271	0.001602
92	0.266	0.001633
94	0.262	0.001664
96	0.257	0.001695
98	0.253	0.001725
100	0.249	0.001755
102	0.246	0.001786
104	0.242	0.001816
106	0.238	0.001845
108	0.235	0.001875
110	0.232	0.001905
112	0.229	0.001934
114	0.226	0.001963
116	0.223	0.001992
118	0.220	0.002021
120	0.217	0.002050

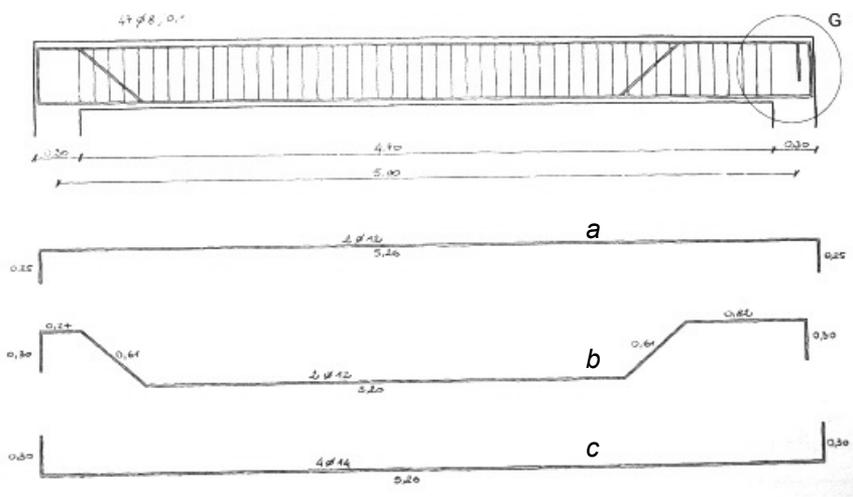
Tabelle per la conversione del diametro dei tondini nell'area corrispondente (da 1 a 10 ferri) e peso corrispondente per metro di tondino

Ø mm	Area corrispondente per Ø e numero di tondini (cm <sup>2</sup> )										Peso in kg/m di ton- dino
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,13	1,26	0,098
6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83	0,221
8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03	0,392
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	0,613
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,66	6,73	7,91	9,05	10,18	11,31	0,882
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	15,39	1,201
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11	1,568
18	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,27	17,81	20,36	22,90	25,45	1,985
20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42	2,450
22	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01	2,965
24	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	31,67	36,19	40,72	45,24	3,529
26	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	37,17	42,47	47,78	53,09	4,168
28	6,16	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,10	49,26	55,42	61,58	4,834
30	7,07	14,14	21,21	28,28	35,35	42,42	49,49	56,56	63,63	70,70	5,549

## 5.4 – Rappresentazione e disegno delle armature

Si tratta ora di completare il tutto fornendo alla commissione alcuni schizzi significativi con didascalie e note che facciano comprendere che siamo in grado di destreggiarci anche su questi argomenti e che sappiamo esattamente di cosa stiamo parlando.

Per comprendere meglio ed essere in grado di riproporlo a chi ci sta esaminando come e perché le armature hanno una determinata disposizione ed andamento prendiamo una qualunque distinta dei ferri ed esaminiamola nel merito:



M



Ricordiamo che il ferro si fa carico di contrastare gli sforzi di trazione e che quindi viene disposto in coerenza con il diagramma dei momenti ed allora prendiamo subito in esame i ferri *b* ed uniamo le informazioni:

- il diagramma dei momenti fa sopra – sotto – sopra
- il ferro fa sopra – sotto – sopra

i due andamenti risultano quindi congruenti fra loro.

I ferri *a* e *c* che vengono chiamati comunemente registaffe non sono dei ferri c.d. fuori calcolo, ma tutt'altro. In effetti nel caso di un dimensionamento canonico sia in mezzeria che all'incastro si considera tutta l'area di acciaio disponibile. Nella realtà esistono delle situazioni in cui vengono posati dei ferri registaffe fuori calcolo ed è il caso in cui la trave assume valori oltre i 50 cm circa per cui a mezza altezza si dispongono dei ferri longitudinali a tutta lunghezza che non hanno altra funzione se non quella di ancoraggio delle staffature allo scopo di bloccarle ed evitare che pieghino in direzioni anomale quando caricate (fig. 20).

### DISTRIBUZIONE DEI FERRI

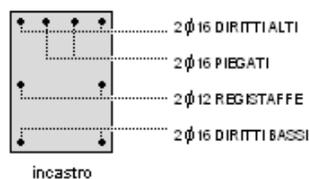
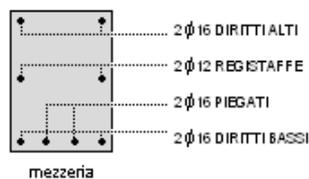
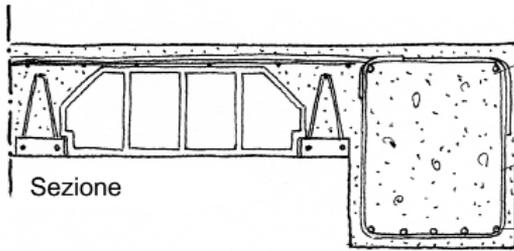
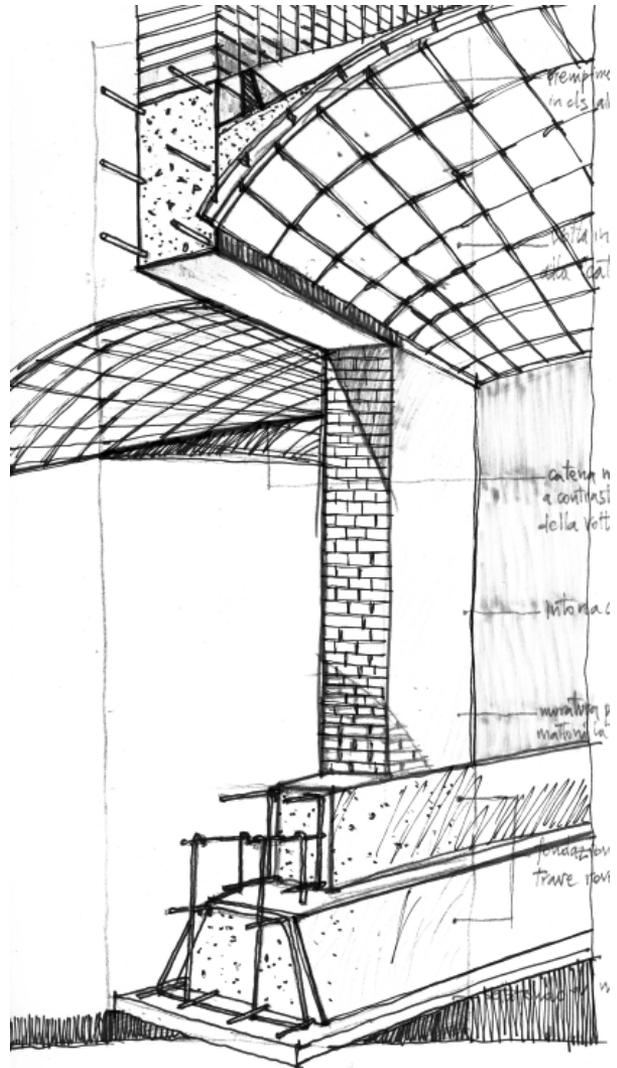


Figura 20

Tra l'altro i ferri a e c si fanno carico di presidiare la parte alta e bassa della sezione quando i ferri centrali si piegano per raggiungere la nuova posizione. Come si era visto per il solaio, anche in questo caso si prende acciaio da dove non serve e lo si porta dove necessita.



*I ipotesi di attacco fra trave di bordo e solaio*



*Esempio di travi in quota e fondazione*  
 Le Corbusier: Maison Jaoul, Neuilly-sur-Seine 1952

## 5.5 – Sbalzi

Non è infrequente nella pratica progettuale che ci si trovi a dover analizzare uno sbalzo, in generale questo avviene ogni qual volta si è deciso di realizzare un balcone od una pensilina ovvero quando si vogliono proporre degli elementi per il controllo della luce solare costituiti da lame orizzontali; ma anche – assai più frequentemente – ogni volta che si decide di realizzare una facciata libera che preveda l'arretramento della struttura rispetto al filo esterno, ebbene quella parte oltre la struttura non è altro che uno sbalzo.

Ora quale che sia la scelta che ha portato all'inserimento di uno sbalzo, tecnologicamente questo è realizzato o con una soletta od attraverso due travi fra le quali viene tessuto il solaio; il nocciolo del discorso si concretizza nel fatto che entrambe le soluzioni prevedono l'innesto degli elementi strutturali su di una trave in senso ortogonale alla stessa, questa situazione innesca all'interno della trave dei momenti torcenti (fig. 21) che dovranno essere contrastati da apposita staffatura.

Per quanto riguarda la mensola, anche questa deve essere opportunamente armata. Come? Sempre tenendo a mente il relativo schema strutturale, il diagramma del momento e che l'armatura va posizionata sempre dalla parte delle fibre tese; i ferri verranno disposti nella parte alta della sezione.

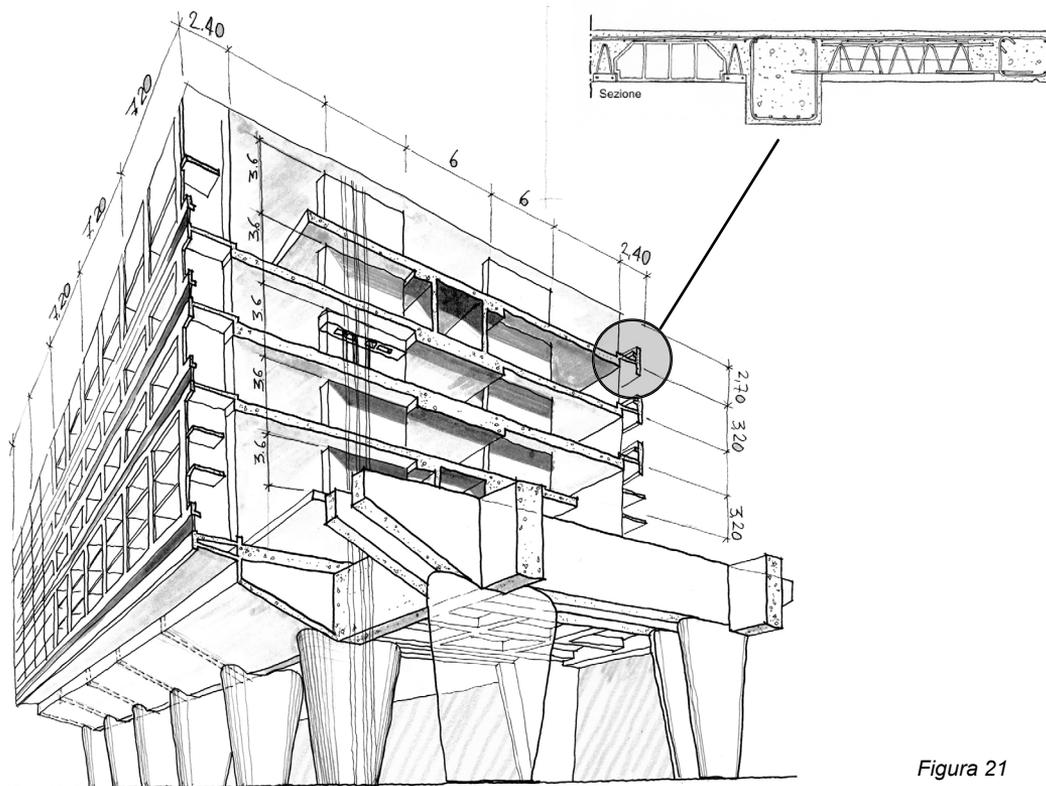


Figura 21

Detto questo l'unica cosa di cui tenere conto, ed eventualmente rappresentare con degli schizzi, è come l'armatura dello sbalzo si innesta alla trave ed al solaio retrostante.

Qualora il solaio di piano sia tessuto ortogonalmente alla trave si provvede nella maniera illustrata nella fig. 22a; mentre nel caso in cui il solaio fosse disposto parallelamente alla trave si applica la soluzione riportata in fig. 22b.

Per meglio integrare la nostra trattazione si può completare il tutto con un'esattiva sezione che faccia capire come abbiamo intenzione di rapportarci al problema e quali soluzioni ed accorgimenti andiamo a mettere in atto per risolverlo.

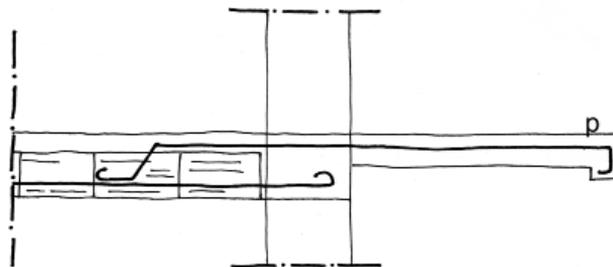
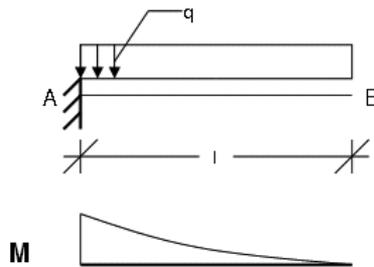


Figura 22a

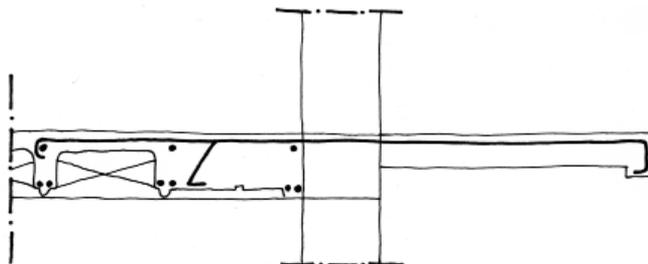


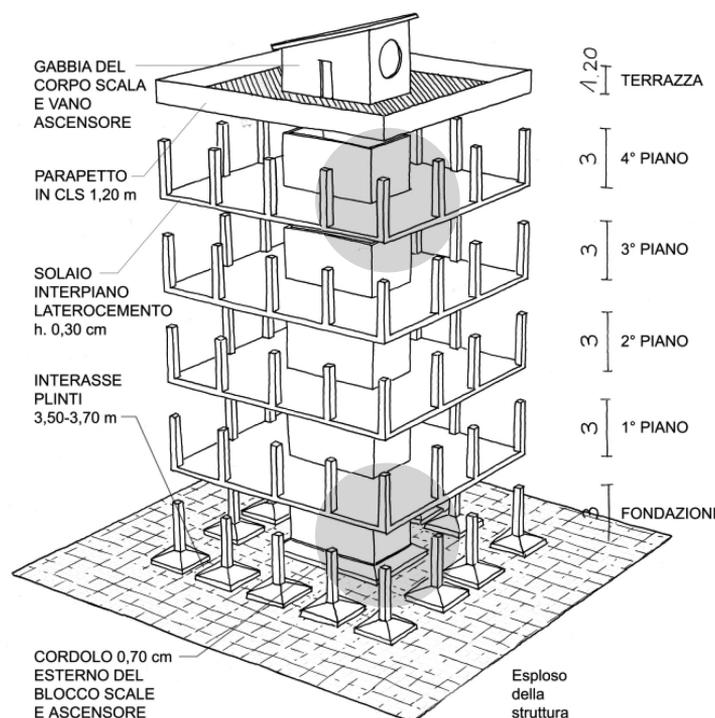
Figura 22b



## 6.1 – Analisi dei carichi

Il pilastro è quell'elemento che in un qualsiasi telaio strutturale raccoglie i carichi, e li trasmette alle strutture sottostanti fino a scaricarli a terra.

Spieghiamo meglio e supponiamo di avere un edificio a torre (fig. 24) e vediamo come si deve operare partendo da zero fino ad arrivare al pilastro.



Per quanto concerne i solai individuamo due casi quello di interpianto e quello di copertura, che essendo in questo caso considerato praticabile (vedere il torrino con relativa porta) con accettabile approssimazione può essere analizzato alla stregua di quelli intermedi; quindi un solaio vale l'altro. Anche per le travi a parità di posizione in pianta, come per i solai, un livello vale l'altro – e per i pilastri?

La cosa non è più così semplicistica per un doppio motivo.

Il primo è abbastanza intuitivo; il pilastro di sommità è meno caricato di quello in fondazione; questo perché ogni volta che si passa da un livello al sottostante, a quello inferiore oltre al carico di pertinenza per il livello in esame va riportato quello dell'intero livello superiore già esaminato, e così via fino in fondazione.

Il secondo motivo va riferito a quanto abbiamo esposto in occasione dell'area d'influenza nel cap. 3.2, in cui si diceva, riassumendo che un pilastro centrale è più sollecitato di uno di bordo che è comunque più sollecitato di uno d'angolo – questo rende determinante la scelta, non tanto del solaio da esaminare, quanto della trave.

Per capire meglio rivediamo rapidamente l'analisi dei carichi dal solaio al pilastro, supponendo che l'interasse fra gli stessi sia costante di 5,00 m:

Solaio di interpiano	
sovraccarico	200 daN/m <sup>2</sup>
solaio 20 cm	260 daN/m <sup>2</sup>
finitura (massetto+pavimento)	100 daN/m <sup>2</sup>
intonaco	30 daN/m <sup>2</sup>
tramezzature	100 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>690 daN/m<sup>2</sup></b>

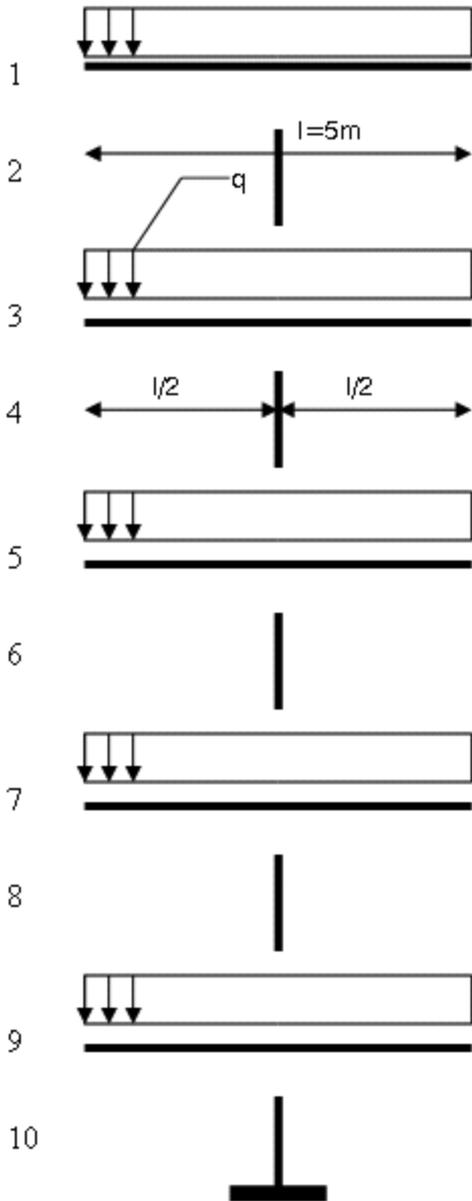
Solaio di copertura praticabile	
sovraccarico	200 daN/m <sup>2</sup>
solaio 20 cm	260 daN/m <sup>2</sup>
finitura (massetto+pavimento)	100 daN/m <sup>2</sup>
intonaco	30 daN/m <sup>2</sup>
<b>totale</b>	<b>590 daN/m<sup>2</sup></b>

Linearizziamo quanto desunto dall'analisi dei carichi:

Copertura	
solaio = $590 \times (2,00 + 2,00) =$	2360 daN/m
<b>totale</b>	<b>2360 daN/m</b>

Interpiano	
solaio = $690 \times (2,00 + 2,00) =$	2760 daN/m
<b>totale</b>	<b>2760 daN/m</b>

Ipotizziamo di voler dimensionare un pilastro centrale di fondazione subito sopra il plinto; per cui ad analisi dei carichi eseguita ci troviamo con uno schema statico tipo quello a lato, per il quale le reazioni vincolari valgono:



Copertura	
2950x5,00=	14750 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
<b>totale</b>	<b>18126 daN</b>

Interpiano	
3450x5,00=	17250 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
2500x0,30x0,45x2 =	844 daN
<b>totale</b>	<b>20626 daN</b>

Peso proprio del pilastro	
2500x0,30x0,30x2,70 =	607 daN
<b>totale</b>	<b>607 daN</b>

Peso proprio del pilastro nano	
2500x0,30x0,30x0,6 =	135 daN
<b>totale</b>	<b>135 daN</b>

Ma cosa sono quei 2500x0,30x0,45x2,50? Se torniamo con la memoria al cap. 3.4 ed alla figura 18, si è detto che «...come una trave sorregge due metà di un solaio così un pilastro centrale sorregge le quattro metà delle travi che vi convergono...», ma nella nostra analisi dei carichi non ne abbiamo tenuto conto limitandoci alle travi che sorreggono il solaio alle quali è necessario sommare i due mezzi cordoli che corrono parallelamente alle nervature del solaio.

Ora possiamo dire quanto peso arriva alla base del pilastro all'attacco della fondazione:

solaio di copertura - 1	18126 daN
pilastro 4° piano - 2	607 daN
solaio di interpiano 4° - 3	20626 daN
pilastro 3° piano - 4	607 daN
solaio di interpiano 3° - 5	20626 daN
pilastro 2° piano - 6	607 daN
solaio di interpiano 2° - 7	20626 daN
pilastro 1° piano - 8	607 daN
solaio di interpiano 1° - 9	20626 daN
pilastro di fondazione - 10	135 daN
<b>totale</b>	<b>103193 daN</b>

Procediamo ora a verificare se il pilastro che abbiamo ipotizzato 30x30 è veramente in grado di sopportare i carichi cui è chiamato a far fronte; per le caratteristiche con cui è confezionato il conglomerato facciamo riferimento alla prescrizione dei materiali che abbiamo utilizzato a titolo esemplificativo nel cap. 2.1:

$$\sigma = N/A_{ic} \leq \sigma_{amm}$$

dove:

$$A_{ic} = \text{area ideale di calcestruzzo} = A_c + n \times A_s$$

in cui:

$$A_c = \text{area di calcestruzzo} = 30 \times 30$$

$$A_s = \text{area dell'acciaio} = 4\varnothing 16 = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$n = \text{coefficiente di omogeneizzazione} = 15$$

$$\sigma = 103193 / (30 \times 30 + 15 \times 8,04) \leq 58 \text{ daN/cm}^2 \rightarrow \mathbf{101,11 \text{ daN/cm}^2} > \mathbf{58 \text{ daN/cm}^2}$$

Logicamente la verifica non risulta soddisfatta; in effetti si tratta di supportare ben cinque impalcati su di un pilastro con una sezione pari al minimo sindacale concesso, proviamo quindi con una sezione più generosa di 40x40 cm ponendo inoltre, a metà di ogni lato 1 $\varnothing$ 16 ad incremento dei 4 $\varnothing$ 16 già in essere:

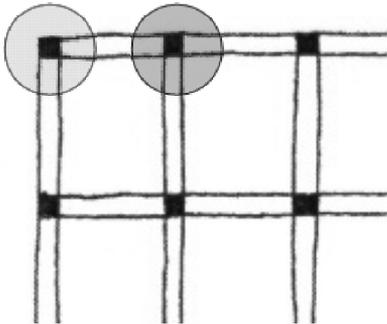
$$A_s = 4\varnothing 16 = 8,04 \text{ cm}^2 + 4\varnothing 16 = 8,04 \text{ cm}^2$$

quindi:

$$\sigma = 103193 / (40 \times 40 + 15 \times 16,08) \leq 58 \text{ daN/cm}^2 \rightarrow \mathbf{56,05 \text{ daN/cm}^2} > \mathbf{58 \text{ daN/cm}^2}$$

## 6.2 – Pilastro presso-flesso

Come accennato in diversi capitoli e ribadito in quello precedente, vi è una notevole differenza fra i carichi sopportati da un pilastro centrale, uno di bordo ed uno d'angolo; ma a questa considerazione semplicistica va aggiunta una considerazione strutturale più profonda. I pilastri che a causa della loro posizione sono caricati in maniera asimmetrica non sono totalmente compressi, ma per il fatto che la risultante dei carichi è fortemente eccentrica sul lembo scarico si sviluppano degli sforzi di trazione; la stessa cosa che accade se teniamo una bacchetta di plastica fra le dita e cominciamo a comprimere, questa finirà per flettersi e svergolare da un lato, il novanta per cento delle volte dalla parte opposta al palmo ovvero dal lato scarico.



Questo effetto genera delle tensioni molto simili a quelle che si sono viste esaminando la trave, fibre compresse opposte a fibre tese; anche qui è quindi logico dover prevedere delle apposite armature che vadano ad opporsi agli sforzi di trazione.

Nella realtà non si hanno tutte fibre tese da un lato e compresse dall'altro, come si potrebbe pensare dal modello, bensì queste si invertono lungo l'asse del pilastro anche perché influenzate da una serie di momenti di riporto dovuti alle strutture che convergono al sommoscapo ed all'imoscapo del pilastro creando una situazione non più gestibile con semplicità a mano.

momenti di riporto dovuti alle strutture che convergono al sommoscapo ed all'imoscapo del pilastro creando una situazione non più gestibile con semplicità a mano.

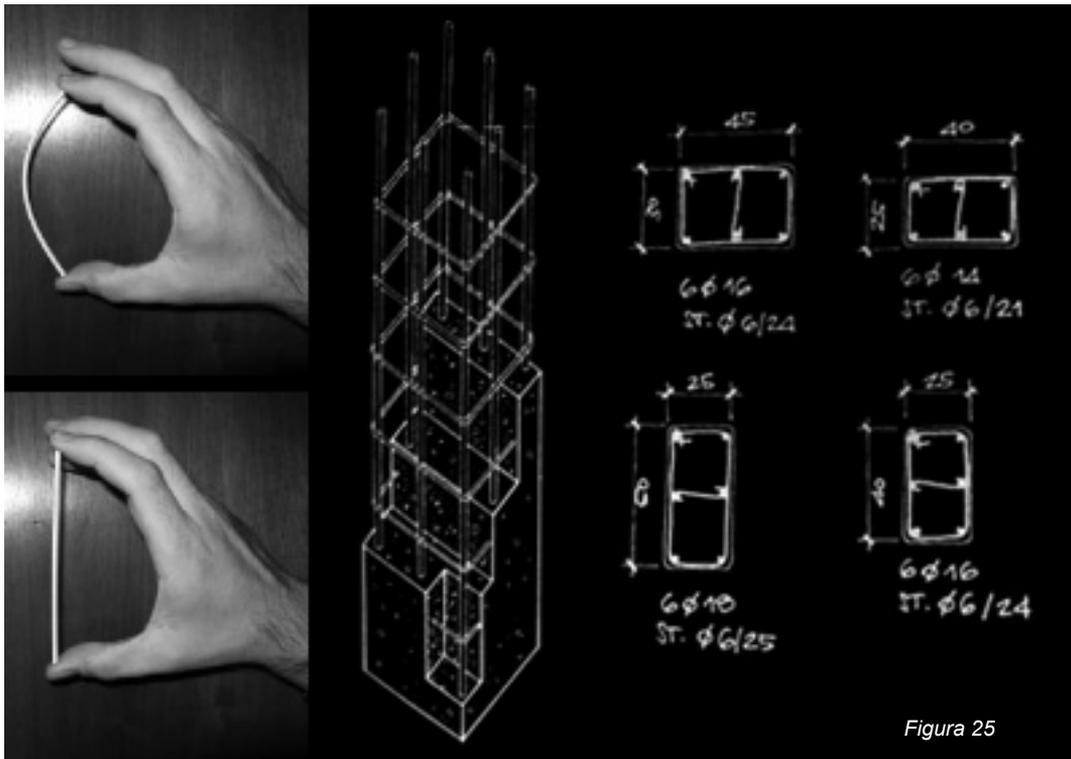


Figura 25

### 6.3 – Rappresentazione e disegno delle armature

Il disegno delle armature di un pilastro è di per se stesso semplice, un quadrato delle dimensioni appropriate e quattro ferri tenuti insieme da delle staffe a bracci chiusi.

L'unica accortezza sta nel ricordarsi che quanto abbiamo appena detto vale per pilastri fino a 30 cm di lato (la normativa comunque non ci consente di scendere sotto i 20 cm), superata questa soglia è opportuno prevedere dei ferri intermedi da legare tra loro con degli "spilli" (freccette figura a lato).

Possiamo inoltre riportare delle dimensioni approssimative dei ferri che andremo ad utilizzare, rammentando sempre che la normativa non ci consente di scendere al di sotto del  $\varnothing 12$  per i ferri longitudinali ed al  $\varnothing 6$  per le staffe.

Volendo ulteriormente dimostrare la nostra perizia al disegno si può rappresentare uno spaccato assonometrico riportando le indicazioni del cls, delle dimensioni presunte dei ferri e delle staffe (fig. 25).

### 6.4 – Il carico di punta

Si è detto che la sezione di un pilastro può essere verificata, progettata o collaudata secondo le seguenti regole:

Progetto	Verifica	Collaudo
$A = N/\sigma_{amm}$	$\sigma_{amm} = N/A \leq \sigma_{amm}$	$N = A \times \sigma_{amm}$

nella fattispecie optiamo per una verifica avendo supposto la sezione delle dimensioni di 30x30 cm con 4 $\varnothing 16$  con  $A_s = 8,04 \text{ cm}^2$  ed un carico risultante pari a 103193 daN:

$$\sigma = N/A_{ic} \leq \sigma_{amm} \rightarrow 103193/(30 \times 30 + 15 \times 8,04) \leq 58 \text{ daN/cm}^2 \rightarrow 101,11 \text{ daN/cm}^2 > 58 \text{ daN/cm}^2$$

Ora al di là che la verifica sia o meno soddisfatta è necessario anche effettuare la verifica a carico di punta – questo è necessario quando il rapporto tra la sezione e l'altezza dell'elemento diventa eccessivo; ma vediamo come si fa.

Secondo la normativa (L. 1086/71) un pilastro deve essere verificato a carico di punta quando la snellezza  $\lambda$  definita dal rapporto  $l_0/i$  risulta maggiore di 50, ovvero:

$$\lambda = l_0/i > 50 \rightarrow \text{nessita di verifica a carico di punta}$$

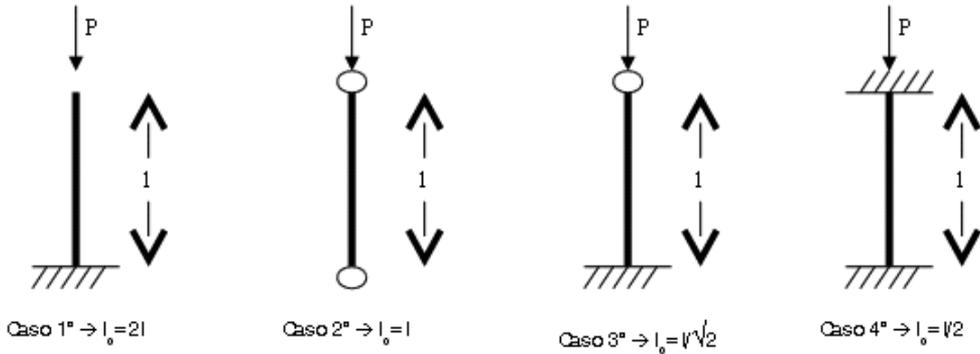
dove:

$\lambda$  = snellezza

$l_0$  = luce libera d'inflessione

$i$  = raggio d'inerzia

Per la luce libera d'inflessione la normativa prevede quattro casi di riferimento:

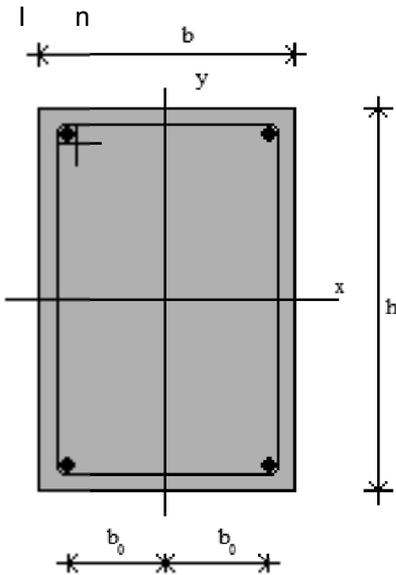


solitamente si fa riferimento al **caso 2°** detto anche caso fondamentale.  
Vediamo ora come si determina il raggio d'inerzia i:

$$i = \sqrt{J_{i,\min} / A_{ic}}$$

dove:

$J_{i,\min}$  = momento d'inerzia baricentrico minore  
 $A_{ic}$  = area ideale di calcestruzzo



una sezione rettangolare quale quella a lato, il minor valore del momento d'inerzia si ottiene lungo l'asse x secondo l'espressione:

$$J_{i,\min} = [(h \times b^3) / 12] + (n \times A_s \times b_0^2)$$

dove:

$n = 15$  coefficiente d'omogenizzazione  
 $A_s$  = area del ferro  
 $b_0 = (b/2) - 3$  [cm]

L'area ideale di calcestruzzo invece risponde all'equazione:

$$A_{ic} = b \times h + n \times A_s$$

Definiti questi due valori a ritroso:

$$i = \sqrt{(J_{l,min}/A_{ic})}$$

$$\lambda = l_0/i > 50$$

Qualora la verifica venisse negativa, la normativa prevede che venga adottato un coefficiente  $\omega$  di amplificazione del carico ovvero di riduzione della tensione ammissibile:

Snellezza $\lambda$	Coefficiente di ampliamento $\omega$
50	1,00
70	1,08
85	1,32
100	1,62

Quindi l'espressione per la verifica della sezione diventa:

$$\sigma_{amm} = N \times \omega / A_1$$

dove:

$$A_1 = b \times h + n \times A_s$$

ora va detto che tutto questo procedimento non è necessario per pilastri di ordinaria dimensione come quelli fin qui supposti, 30x30 cm e 2,70 m di altezza; i problemi nascono quando la sezione si riduce, o l'altezza cresce o entrambe le possibilità - altrimenti è inutile investire del tempo per fare una verifica comunque soddisfatta.

### 7.1 – Tipi di fondazione e criteri di scelta

Già in questa classificazione risiede un primo criterio di scelta, infatti se per le strutture in elevazione vengono tenute presenti anche delle componenti estetico-compositive, per le fondazioni la scelta è del tutto tecnologica; nella fattispecie le fondazioni dirette verranno scelte qualora le caratteristiche del terreno di superficie abbiano delle bontà tali da garantire la tenuta ai carichi, nel caso in cui ciò non fosse possibile si procede con le fondazioni indirette alla ricerca di strati geologici più performanti.

Una prima grande divisione classifica le fondazioni in:

- **Dirette:** sono quelle soluzioni per le quali si prevede che la fondazione poggi direttamente sul piano di sbancamento
- **Continue:** si possono definire in questo modo quelle fondazioni che raccolgono diversi carichi puntiformi in un'unica struttura "continua" di base
  - *Murature:* sono strutture costituite da una muratura isodoma realizzata in mattoni di laterizio od elementi lapidei la cui estensione si protrae per tutta la lunghezza dell'elemento da sostenere
  - *Travi rovesce:* concettualmente identiche alle fondazioni in muratura fanno affidamento sulle caratteristiche del C.A. e del suo funzionamento statico nella trave in elevazione
  - *Cordoli:* sono delle strutture simili alle travi rovesce ma dall'aspetto più massiccio visto che spesso sono utilizzate per strutture in elevazioni estese come i setti
  - *Platee:* sono strutture che si realizzano quando la distanza fra travi, cordoli o plinti diventa così esigua da essere economicamente svantaggioso la loro realizzazione quindi si ricorre ad un unico sbancamento e getto
  - *Soletta nervata:* di aspetto e concetto simile a quello della platea ha un aspetto più snello, il suo funzionamento, come per la trave rovescia, è del tutto simile al suo gemello la soletta nervata di elevazione, ma invertito

□ **Discontinue:** rientrano in questa categoria quelle fondazioni che continuano a mantenere un aspetto frammentato come gli deriva dalle strutture sovrastanti

□ *Plinti:* sono elementi fondali che mantengono la frammentazione delle strutture in elevazione limitandosi ad un ampliamento della superficie d'appoggio per minimizzare le tensioni sul terreno

- Plinto tronco-piramidale: è il plinto classico che tutti conosciamo
- Plinto elastico o nervato: è una variante di quello precedente, costituito da una soletta e da quattro mensole che lo irrigidiscono, viene eseguito quando le dimensioni di un plinto classico o massiccio diventano tali da renderlo non conveniente
- Plinto parallelepipedo o massiccio: anch'esso si presenta come una variante sul tema, del tutto simile ai suoi colleghi viene utilizzato particolarmente per la sua economicità esecutiva prevedendo una carpenteria per il getto ed un'armatura assai più semplice e ridotta degli altri
- Plinto prefabbricato: molto simile a quello parallelepipedo, anziché essere gettato a piè d'opera arriva in cantiere già confezionato con in testa un bicchiere per il raccordo con il pilastro

■ **Indirette:** sono invece quelle soluzioni in cui la fondazione poggia su delle strutture di sostegno che poi dissipano i carichi in profondità

□ *Pali:* queste soluzioni hanno la funzione di dissipare i carichi su strati di terreno con caratteristiche migliori che si trovano in profondità andandoli ad intercettare con delle trivellazioni, in alternativa la portanza del palo può essere garantita anche dalle tensioni tangenziali che si innescano tra il terreno ed il palo stesso; questi possono essere in legno, acciaio, C.A. prefabbricato o gettati in opera

Come già accennato nella distinzione fra fondazioni dirette ed indirette, una variabile da tenere in considerazione è la bontà del terreno e la quota a cui questo si trova; a ciò va aggiunto che tipo di struttura si è progettata e la quantità dei carichi da trasmettere a terra, quindi ricapitolando si deve tenere conto di:

- 1. tipo di struttura**
- 2. entità dei carichi**
- 3. caratteristiche del terreno**

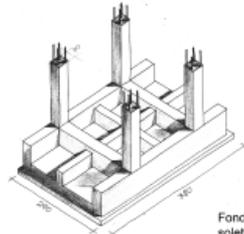
Come parametro di riferimento possiamo dire che le fondazioni a **plinti** possono essere utilizzate per edilizia di tipo unifamiliare isolato, schiere e palazzine fino a quattro piani massimo ed altre strutture di modeste entità e carico con terreni di buone caratteristiche e comunque non inferiore a circa 2,5 daN/cm<sup>2</sup>.

Le **travi rovesce** si possono prevedere sia per le tipologie già esposte ma anche nei casi di linee e torri, ciò non di meno il terreno deve essere di caratteristiche medio buone con valori non inferiori a circa 1,5 daN/cm<sup>2</sup> (ma anche superiori per edilizia impegnativa quali appunto linee e torri); il **cordolo** che ne risulta essere una variante ne segue le indicazioni appena esposte l'unica differenza è che quest'ultimo viene utilizzato in presenza di sovrastrutture quali setto o similari.

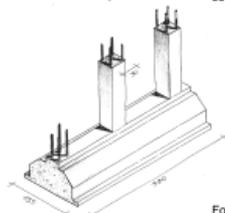
Le **platee** e la loro variante le **solette nervate**, sono fondazioni che si attuano quando il terreno si presenta con caratteristiche scadenti tali da rendere impossibile l'uso di uno dei tipi già visti; ma anche quando l'entità dei carichi è tale da rendere insufficienti le caratteristiche di portanza, anche ottime, del terreno per cui le fondazioni si ampliano a tal punto da fondersi in unico elemento continuo – oltre a ciò va tenuto conto che fondazioni a soletta vengono utilizzate nel caso di posa di strutture prefabbricate, ma anche quando ai piani interrati si prevedono locali come box o cantine per i quali la fondazione diventa piano di calpestio.

**Abaco delle tipologie di fondazioni superficiali**

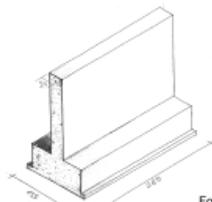
**FONDAZIONI CONTINUE**



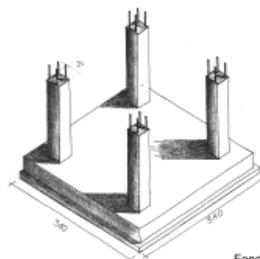
Fondazione a soletta nervata



Fondazione a trave rovescia

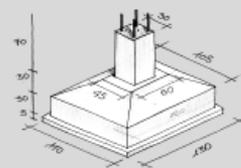


Fondazione a cordolo

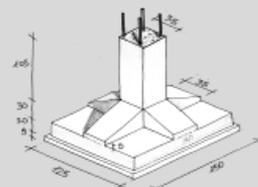


Fondazione a platea

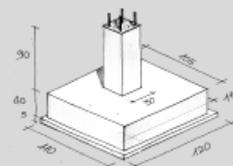
**FONDAZIONI DISCONTINUE**



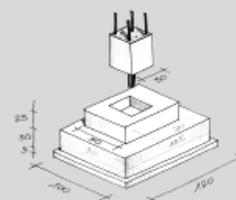
Pilto a piramide tronca



Pilto nervato



Pilto parallelepipedo



Pilto prefabbricato

*Abaco delle fondazioni*

## 7.2 – Le armature: disposizione, rappresentazione e disegno

### 7.2.1 – Il plinto

Come sempre le armature sono frutto di tensioni di trazione e taglio che si innescano nel conglomerato, in particolare le azioni che devono essere contrastate sono quelle che possono dare luogo ad effetti di **punzonamento** ovvero sforzi di taglio causati dal carico e dalle reazioni del terreno e che generano lo scorrimento del pilastro nel plinto.

Simile al punzonamento, ma con effetti leggermente diversi, è la **rottura delle mensole** in cui gli elementi a sbalzo del plinto sottoposti agli stessi sforzi visto poc'anzi generano dei momenti che ne provocano la rottura.

Infine si può verificare la **rottura del plinto** dovuta sempre ai carichi agenti ed alle reazioni del terreno quando il solo conglomerato non sia abbastanza rigido da distribuire uniformemente le azioni, od il terreno risponda in maniera disuguale, non essendo per sua stessa natura omogeneo.

Per questo l'armatura di un plinto è così articolata, ma una volta compreso il perché diventa comprensibile e di facile memorizzazione (fig. 26-27).

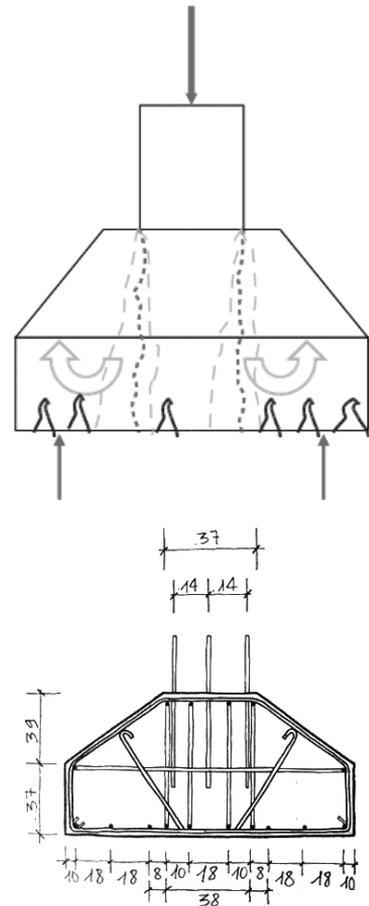


Figura 26

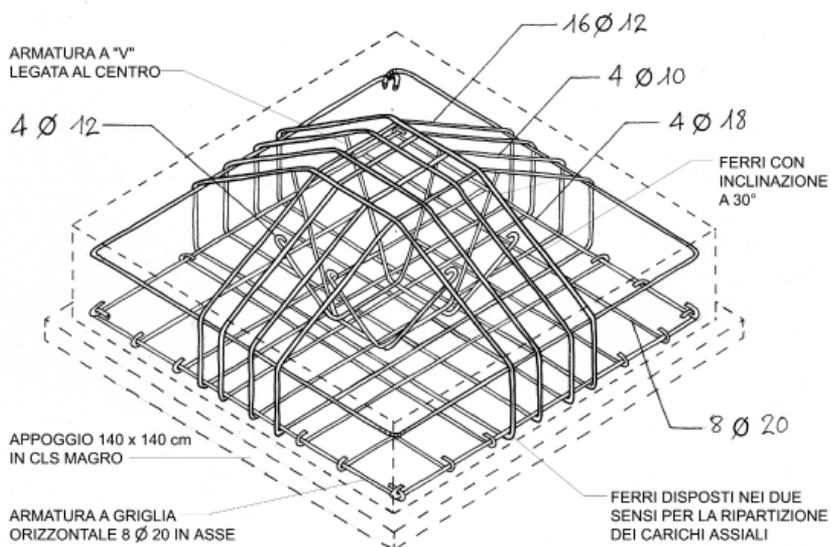


Figura 27

Visto che sia la realizzazione della carpenteria per eseguirne il getto, sia la realizzazione e la posa delle armature sono particolarmente complessi ed economicamente onerosi, quasi sempre si ricorre ai plinti massicci o parallelepipedi (fig. 28-29).

Questo genere di plinti, oltre a presentare notevoli semplificazioni esecutive ed economiche, hanno anche un'armatura di gran lunga più elementare rispetto ai loro cugini tronco-piramidali; sempre ricordando che dove c'è sforzo c'è armatura vediamo quali tipi incontriamo:

1. **staffe a bracci chiusi** per contrastare gli sforzi derivanti dall'effetto mensola
2. **armatura di ripartizione** sul fondo per consentire al cls di lavorare senza fessurarsi
3. **ferri a taglio** costituiti da un infittimento, nella zona centrale, dei ferri di ripartizione

Come si può notare cambia il tipo ma non la sostanza, e deve essere così perché se a sforzo corrisponde armatura basta ricordare a quali azioni viene sottoposto un plinto e di conseguenza posizionare l'opportuna armatura nell'opportuno posto.

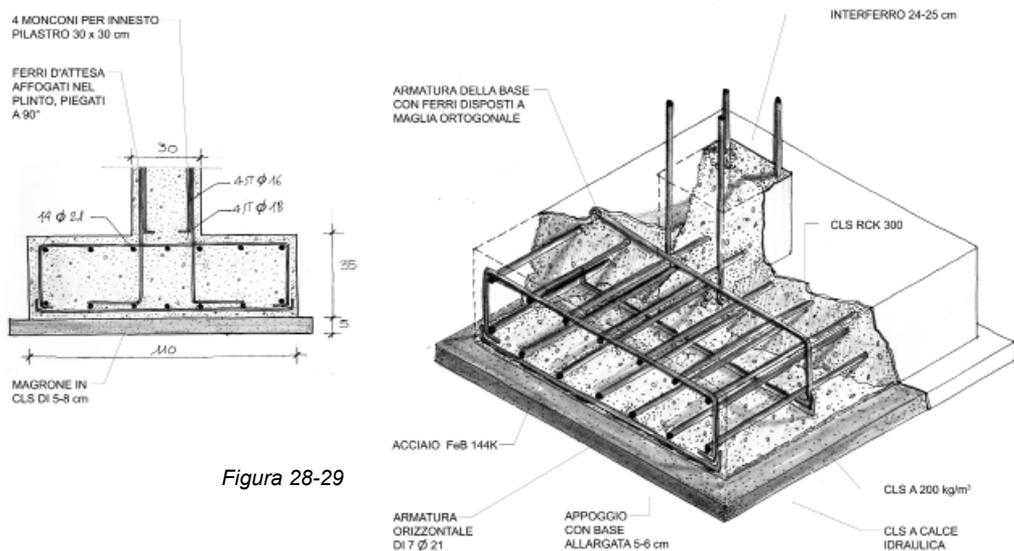
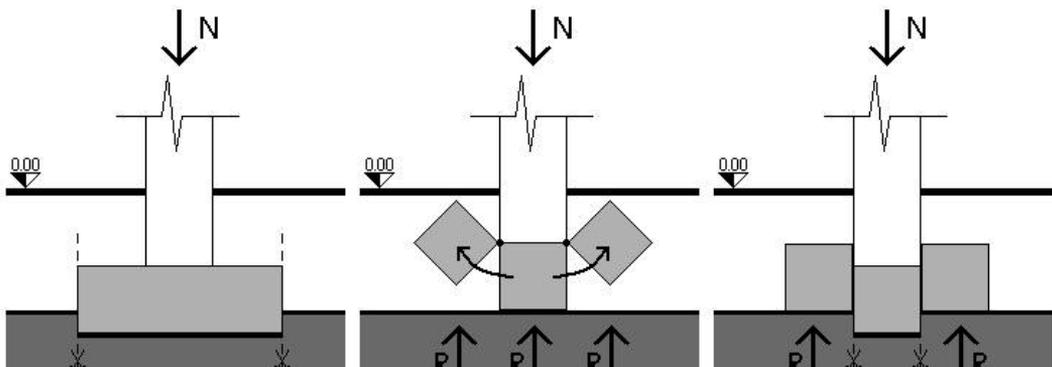
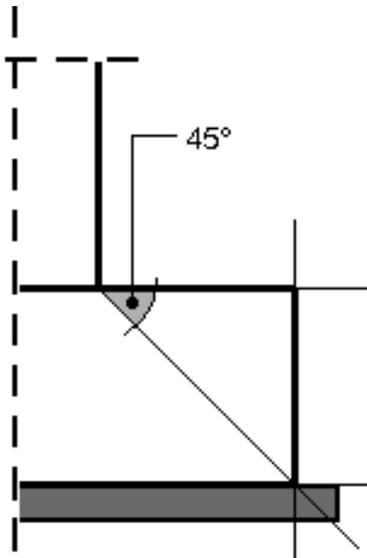


Figura 28-29





Nell'ipotesi si preveda di utilizzare un plinto cosiddetto massiccio, in cui la congiungente la base del pilastro forma con la verticale del plinto un angolo  $\geq 45^\circ$ , non sono richieste verifiche a flessione delle mensole in quanto si prevede di sottoporre l'intera massa di conglomerato a sola compressione.

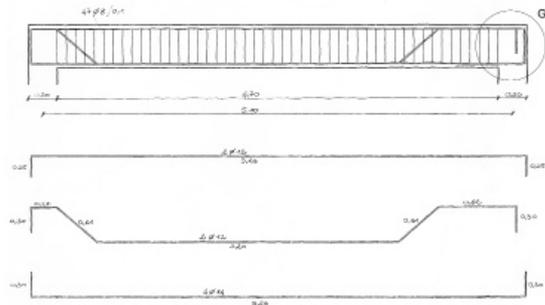
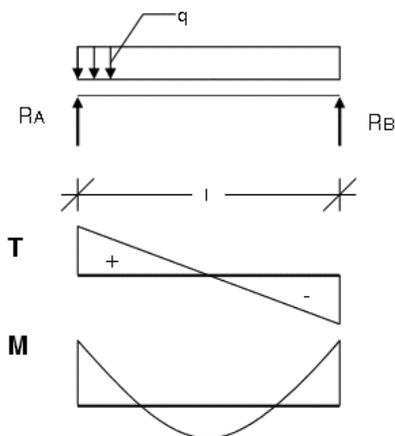
In tal caso si può prevedere una semplice armatura di ripartizione nella parte inferiore avendo l'accortezza di infittirla nella parte centrale (in corrispondenza del pilastro) per prevenire fenomeni di punzonamento.

Vista la particolare costruzione geometrica cui il plinto massiccio fa riferimento, nel caso in cui l'altezza diventi particolarmente rilevante si può prevedere una gradonatura dello stesso al fine di ridurne il peso risparmiando la quota di calcestruzzo che rimarrebbe inerte a qualunque sforzo.

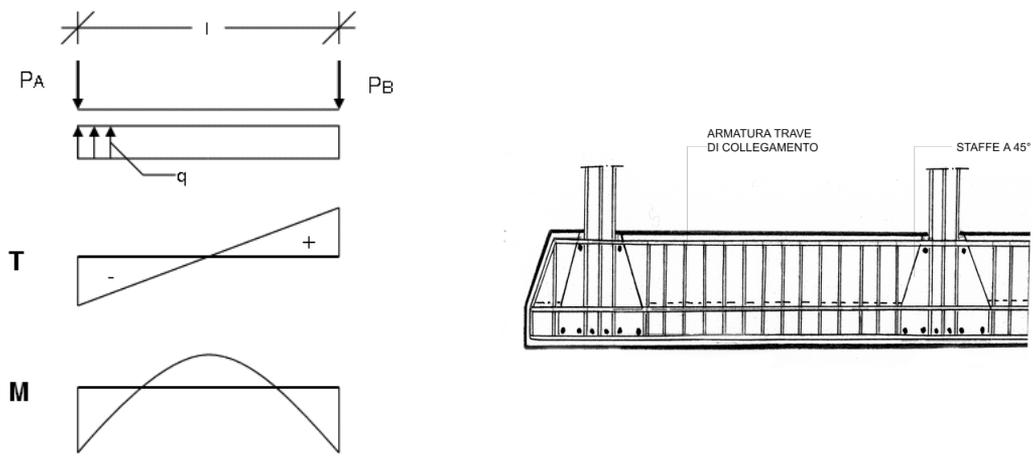
## 7.2.2 – La trave rovescia

È questa una delle due fondazioni continue che andremo a vedere in dettaglio, per la quale il nome rappresenta il sinonimo stesso del suo funzionamento.

Quando abbiamo trattato della trave come struttura in elevazione a seguito dei nostri calcoli siamo giunti alla rappresentazione di un diagramma strutturale come quello qui a lato rappresentato e ad una conseguenziale distribuzione dei ferri come di seguito riportato:



Ora ricordato questo sappiamo cosa fare, infatti in una trave di fondazione, meglio detta fondazione a trave rovescia, la considerazione principale è che il carico uniformemente ripartito sia la reazione del terreno, mentre le ex reazioni vincolari concentrate, altro non sono che le azioni dei pilastri delle sovrastrutture; fatto questo è sufficiente “rovesciare” anche il disegno delle armature.

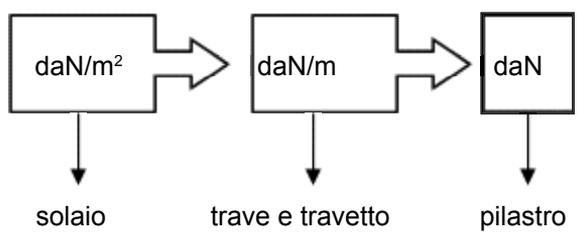


Anche se la cosa si complicasse e ci trovassimo di fronte una serie di pilastri di mille elementi, quanto considerato fino ad ora non cambia di una virgola, basta affiancare fra loro novecentonovantanove travi rovesce; semplice no!!!

**7.3 – Qualche dimensione di massima**

Vediamo se è possibile nobilitare la nostra prima prova scritta con qualche calcoletto ad esempio per un plinto.

Procedendo nell'analisi dei carichi dalla sommità in fondazione ci siamo concentrati nel trasformare:



in altre parole si è trasformato un carico "spalmato" su di un'area in un carico puntiforme; ebbene ora dobbiamo fare l'esatto inverso:



trasformare i daN in daN/m².

Il perché è quantomeno intuitivo, il terreno che ha una portanza molto inferiore a quella del calcestruzzo non potrà mai essere in grado di dissipare i carichi attraverso l'area ridotta del pilastro; sarà necessario un "marchingegno" che diminuisca le tensioni rendendole conformi alle caratteristiche del terreno. Questo marchingegno sono appunto le fondazioni, che ampliando la base d'appoggio del pilastro fanno in modo di diminuire le pressioni sul terreno mettendolo in grado di dissipare i carichi in sicurezza.

La domanda è sempre la stessa; come faccio a dimensionare la struttura? Il problema si affronta con una considerazione simile a quella fatta quando si è cercato di attribuire in prima battuta una dimensione al pilastro (cap. 6.1); supponiamo di arrivare all'imoscapo del pilastro nano con un carico risultante di 57400 daN ed una sezione presunta 30x30 con 4Ø16 con  $A_s = 6,16 \text{ cm}^2$  per cui:

$$\sigma = N/A_{ic} \leq \sigma_{amm} \rightarrow 57400/(30 \times 30 + 15 \times 6,16) \leq 58 \text{ daN/cm}^2 \rightarrow \mathbf{57,84 \text{ daN/cm}^2} < \mathbf{58 \text{ daN/cm}^2}$$

la situazione è pressappoco la stessa, l'unica differenza è nel fatto che sono cambiati i dati, e che invece di una verifica vogliamo operare un progetto; assunto un terreno di buone qualità con una portata  $\sigma_t = 3 \text{ daN/cm}^2$  ed un plinto di dimensioni 1,50x1,50x0,80 mt :

$$A = N/\sigma_t \rightarrow (57400 + 2500 \times 1,50 \times 1,50 \times 0,80)/3 \rightarrow 2,1 \text{ m}^2 \rightarrow \mathbf{1,50 \text{ m}} \text{ (lato del plinto)}$$

Un plinto con un lato di 1,40 m è perfettamente nella media, infatti in generale si può arrivare orientativamente intorno ai 2,00 m; vediamo anche che questo valore rientra entro le considerazioni che avevamo fatto per la scelta del tipo di fondazione, ovvero buon terreno, carichi non eccessivi ed edilizia modesta di massimo circa 4 livelli.

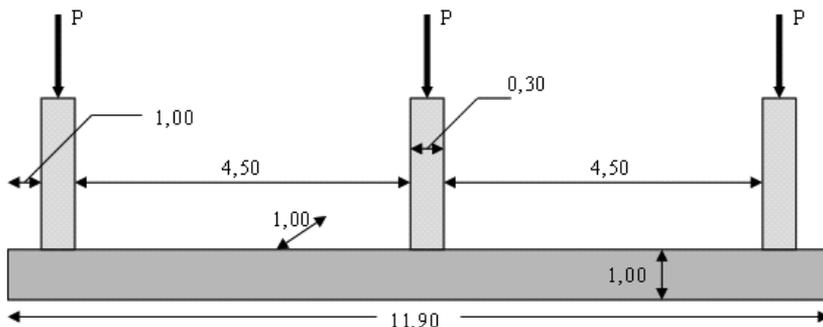
Ma che succede se il carico aumenta e/o il terreno si presenta scadente?

Si cambia tipo di fondazione passando alla trave rovescia od alla platea.

Supponiamo di trovarci a che fare con un edificio alto il doppio di quello considerato fin qui e per semplicità raddoppiamo anche la risultante dei carichi in fondazione e si presume che le dimensioni del plinto siano 2,00x2,00x1,00 m, il lato di questo risulta:

$$A = N/\sigma_t \rightarrow (114800 + 2500 \times 2,00 \times 2,00 \times 1,00)/3 \rightarrow 4,2 \text{ m}^2 \rightarrow \mathbf{2,00 \text{ m}}$$

Siamo ancora entro i parametri di riferimento, ma purtroppo ci troviamo di fronte un terreno dalle mediocri caratteristiche, con una portanza  $\sigma_t = 1,5 \text{ daN/cm}^2$



proviamo quindi a rispondere ipotizzando l'utilizzo di una trave rovescia che vada ad accogliere tre pilastri distanti 4,50 m tra loro delle dimensioni presunte riportate nel diagramma. Quindi i dati in nostro possesso sono:

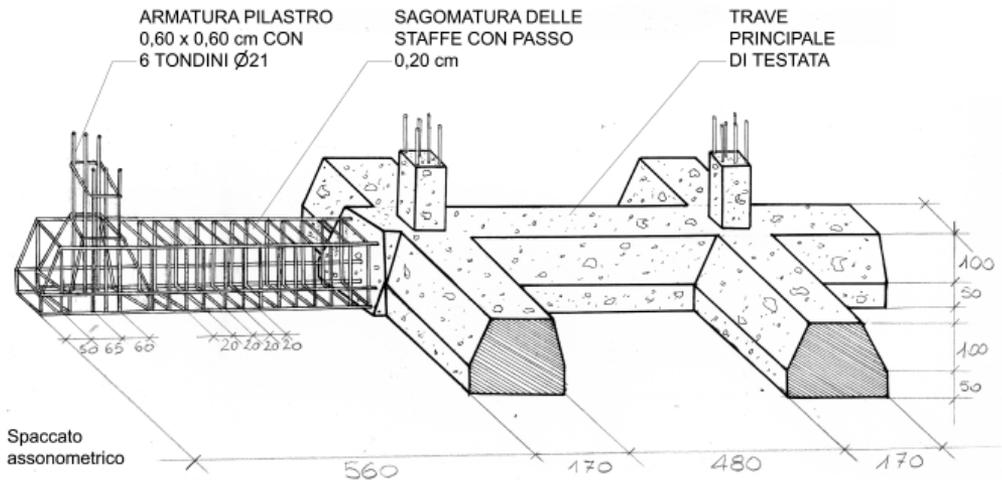
$$P = 114800 \text{ daN}$$

$$\sigma_t = 1,5 \text{ daN/cm}^2$$

$$P_{\text{fondazione}} = 11,90 \times 1,00 \times 1,00 \times 2500 = 29750 \text{ daN}$$

$$A = N/\sigma_t \rightarrow [(114800 \times 3) + 29750]/1,5 \rightarrow 249430 \text{ cm}^2 \rightarrow 24,9 \text{ m}^2 \rightarrow \mathbf{2,09 \text{ m}}$$
 (profondità)

Questo significa che le dimensioni presunte della trave sono sottodimensionate quindi a rigore bisognerebbe ricalibrare l'elemento di fondazione sulla di misura di circa 30 m<sup>2</sup>.



*Esempio di fondazione a trave rovescia (spaccato assometrico)*

## 11.1 – Esempio su tema strutturale

Siamo al giorno dell'esame e fra i diversi temi proposti abbiamo scelto la seguente traccia progettuale:

TEMA	SCUOLA ELEMENTARE
<p>Su di un lotto delle dimensioni di 50x60 m il PdZ redatto secondo la legge 167/62 prevede di realizzare una scuola materna per massimo 90 alunni; oltre alle sezioni necessarie ad accoglierli il candidato dovrà prevedere:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Mensa con annessa cucina</li><li>• Amministrativo<ul style="list-style-type: none"><li>• Uffici</li><li>• Archivio</li><li>• Direzione</li></ul></li><li>• Ambulatorio</li><li>• Spazi verdi</li><li>• Quanto altro si ritenga necessari al corretto svolgimento dell'attività didattica</li></ul> <p>Gli elaborati grafici richiesti sono:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Planovolumetrico 1:200</li><li>• Piante, prospetti e sezioni 1:100</li><li>• Dettagli costruttivi a scelta</li></ul>	
<b>Dimensionamento strutturale di cui alla prova precedente</b>	

Abbiamo redatto il nostro elaborato progettuale e ci si accinge ora alla redazione della prima prova scritta, il dimensionamento strutturale. Nella fattispecie si tratta di un tema che abbiamo definito strutturalmente modesto, ovvero che per le sue caratteristiche o per le richieste stesse del tema, non si spinge oltre i due livelli in totale. Vedremo ora attraverso step ben identificati, quali siano le diverse fasi da affrontare ed il tempo indicativo che si può dedicare ad ognuna di queste cercando di rimanere entro quei trenta, quaranta, massimo cinquanta minuti, di cui abbiamo parlato nei capitoli introduttivi. I diversi step saranno introdotti da un conciso commento che a volte si ripete passando da un elemento all'altro, ciò vuole dimostrare come le difficoltà si dimezzano visto che spesso si ripetono; ma questo vuole anche dimostrare come in termini pratici le cose si possono facilmente ripetere consentendo di procedere alla sola copia delle informazioni, riducendo non di poco i tempi visto che si elide completamente la fase di elaborazione.

**DATI DEL TEMA:**

LOTTO 50x60 = 3000 m<sup>2</sup>

- SCUOLA MATERNA: - 3 SEZIONI  
 - MENSA + CUCINA  
 - AMMINISTRAZIONE  
 UFFICIO  
 ARCHIVIO  
 DIREZIONE  
 - AMBULATORIO  
 - AREA VERDE

**ELABORAZIONE DEI DATI:**

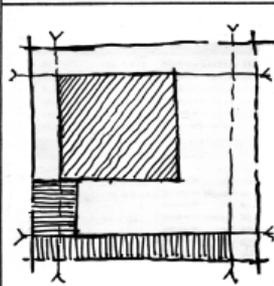
NORMATIVA VIGENTE D.M. 18/12/1975

25 m<sup>2</sup>/ol ⇒ 7 m<sup>2</sup>/ol COSTRUITO ; 18 m<sup>2</sup>/ol APERTO

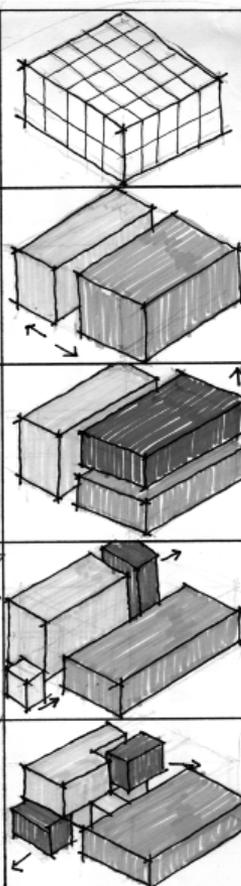
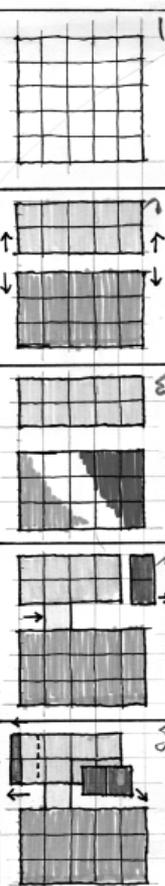
N. SEZ.	AL.	DIDAT.	OFF.	PARCH.	ING.	VERDE	TOT.
3	90	630	120	255	90	1620	
		750 m <sup>2</sup>	345 m <sup>2</sup>	1620 m <sup>2</sup>	2715		

**APPLICAZIONE DEGLI INDICI STANDARD [m<sup>2</sup>/ol]**

Simboli	DESCRIZIONE	INDICE	SEZ.	ESSEZ.	NOTE
A <sub>0</sub>	ATTIVITA' A TAVOLINO	1.80	54	162	
Δ <sub>sp</sub>	ATTIVITA' SPECIALI	0.40	12	36	
Δ <sub>l</sub>	ATTIVITA' LIBERE	0.90	27	81	
A <sub>pr</sub>	SFOGLIATOIO	0.50	15	45	
	SERVIZI	0.67	20	60	
	DEPOSITO	0.13	4	12	
A.R.	AULA RICEVIMENTO	—	—	30	—
K	CUCINA	0.35	10.5	31.5	≥ 30
M	MENSA	0.80	24	72	
H	AMBULATORIO	0.17	5.1	15.3	≥ 15
S.I.	SERVIZI	0.07	2.1	6.3	≥ 6
U	UFFICI	—	—	120	
TOTALE		5.83	173.7	671.1	
CONNETTIVO		1.24	37.2	111.6	
			210.9	782.7	TOTALE



COSTRUITO	750 m <sup>2</sup>
FASCIA DI RISPETTO	(125 m <sup>2</sup> )
PARCHI	255 m <sup>2</sup>
INGRESSO	90 m <sup>2</sup>
VERDE	1620 m <sup>2</sup>
vuoto = 2250	
PIENO = 750 = 3/1	
25% PIENO	75% VUOTO



1 INDIVIDUAZIONE DEL VOLUME DI BASE E SCELTA DI UNA GRIGLIA DI CONTROLLO  
 1250 m<sup>2</sup> 4375 m<sup>3</sup>

2 SEPARAZIONE PER MOTIVI FUNZIONALI E DISTRIBUTIVI  
 1250 m<sup>2</sup> 4375 m<sup>3</sup>

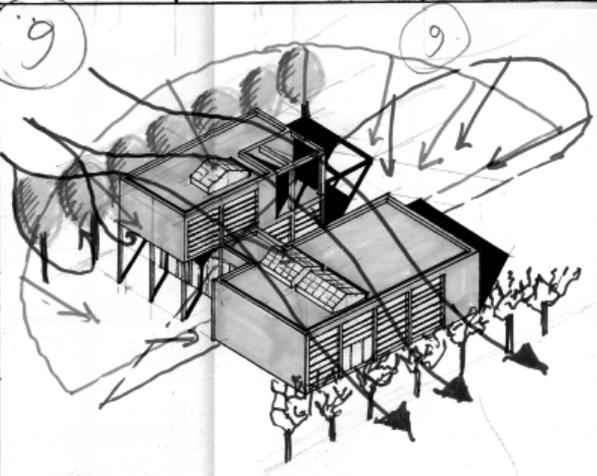
3 SOTTRAZIONE PER MOTIVI CLIMATICI E CONTROLLO DELLE SUPERFICI  
 875 m<sup>2</sup> 3063 m<sup>3</sup>

4 SOTTRAZIONE PER CONTROLLO DELLE SUPERFICI ED INDEMENTO DI UN VOLUME DI CONNESSIONE E FILTRO CLIMATICO  
 800 m<sup>2</sup> 2800 m<sup>3</sup>

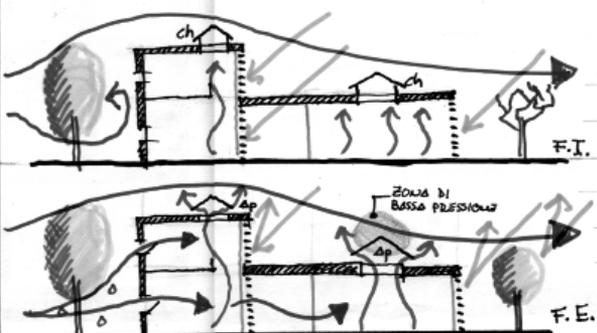
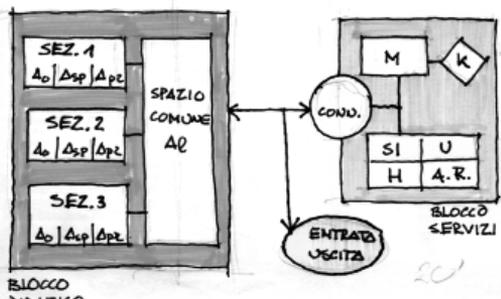
5 SOTTRAZIONE PER CREARE UNA LOGGIA DI ACCESSO E CONTROLLO DELLE SUPERFICI  
 700 m<sup>2</sup> 2450 m<sup>3</sup>

VIABILITA' PRINCIPALE  
 DOPPIO SENSO

3.00



**ELABORAZIONE IDEOGRAMMATICA:**



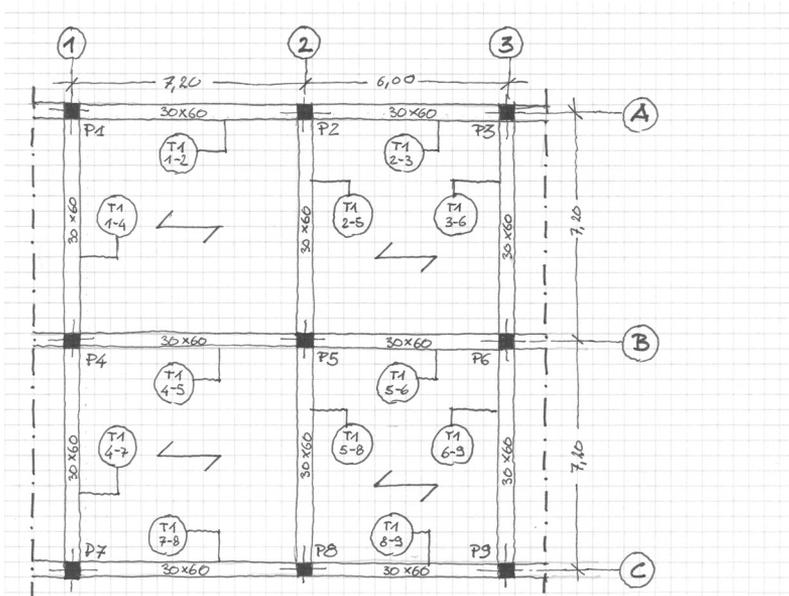
- 1 VIABILITA'
- 2 VIABILITA'
- 3 INGRESSO
- 4 VERDE A
- 5 VERDE CO
- 6 PIANTUMAZI
- 7 SIGPE SEMP



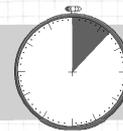
## PRESCRIZIONE DEI MATERIALI E DISEGNO DELLA CARPENTERIA

Disegniamo la pianta della carpenteria di un qual si voglia impalcato, che possiamo indicare o meno, l'importante è che quando andiamo a numerare i pilastri ci ricordiamo se sopra o sotto a quelle che stiamo rappresentando ce ne sono degli altri.

Nella fattispecie supponiamo che quello rappresentato sia la struttura relativa ai due livelli, quello di terra e quello di copertura, del blocco scolastico contenente le tre sezioni (quello più a sud). Immediatamente dopo comunichiamo con quali materiali stiamo lavorando e le caratteristiche di resistenza ad essi connessi.



PIANTA DELLA CARPENTERIA  
PRIMO IMPALCATO



TEMPO STIMATO  
**15 minuti**

### PRESCRIZIONE DEI MATERIALI

$$R_{ck} 300 \rightarrow \bar{\sigma}_{cb} = 97 \text{ daN/cm}^2 \text{ (FLESSIONE)}$$

$$\bar{\sigma}_{cb} = 58 \text{ daN/cm}^2 \text{ (COMPRESSIONE)}$$

$$F_{ck} B 44K \rightarrow \bar{\sigma}_{ct} = 2600 \text{ daN/cm}^2$$

Capitoli correlati

**2**

PRESCRIZIONE DEI MATERIALI E DISEGNO DELLA CARPENTERIA

**IL SOLAIO**

**Analisi dei carichi**

Andiamo ora ad eseguire l'analisi dei carichi determinando quali siano le azioni permanenti ed i sovraccarichi accidentali, ricordando sempre di conteggiare anche il peso proprio presunto della struttura in esame; nella fattispecie il solaio che dimensioneremo con la regoletta empirica secondo cui lo spessore può assumersi come pari ad 1/25 della luce. In questa stessa fase dobbiamo decidere anche fin dove spingere il predimensionamento, se volessimo fermarci alla trave od al pilastro, potremmo anche considerare il solo solaio di copertura; se abbiamo in mente di spingerci oltre fino alla fondazione sarà allora il caso di analizzare entrambe i solai.

$\rightarrow$  SOLAIO  $\Rightarrow 6,00 \times 7,20 \text{ m} \rightarrow \frac{1}{25} l = \frac{6,00}{25} = 24 \text{ cm}$   
 2,3/A,B

**ANALISI DEI CARICHI**

	copertura	terza
SOVRACCARICO	150 daN/m <sup>2</sup>	350 daN/m <sup>2</sup>
SOLAIO	300 daN/m <sup>2</sup>	300 daN/m <sup>2</sup>
FINITURA	100 daN/m <sup>2</sup>	100 daN/m <sup>2</sup>
INTONACO	30 daN/m <sup>2</sup>	—
TRAMERZATURE	—	100 daN/m <sup>2</sup>
<b>TOTALE</b>	<b>580 daN/m<sup>2</sup></b>	<b>850 daN/m<sup>2</sup></b>

**LINEARIZZAZIONE**

	$580 \times 0,50 =$	$850 \times 0,50 =$
q	<b>290 daN/m</b>	<b>425 daN/m</b>

**DIAGRAMMI STATICI DI RIFERIMENTO**

$T_A = T_B = \frac{q \cdot l}{2}$   
 $M_A = M_B = M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{12}$       $M = \phi \rightarrow x = 0,21 \cdot l$

T	870 daN	1275 daN
M	870 daNm	1275 daNm



TEMPO STIMATO  
**10 minuti**

Capitoli correlati

<b>3</b>	COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?
<b>4</b>	SOLAI

Andiamo ora ad eseguire l'analisi dei carichi determinando quali siano le azioni permanenti ed i sovraccarichi accidentali, ricordando sempre di conteggiare anche il peso proprio presunto della struttura in esame; nella fattispecie il solaio che dimensioneremo con la regoletta empirica secondo cui lo spessore può assumersi come pari ad 1/25 della luce. In questa stessa fase dobbiamo decidere anche fin dove spingere il predimensionamento, se volessimo fermarci alla trave od al pilastro, potremmo anche considerare il solo solaio di copertura; se abbiamo in mente di spingerci oltre fino alla fondazione sarà allora il caso di analizzare entrambe i solai.

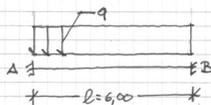
► SOLAIO  $\Rightarrow 6,00 \times 7,20 \text{ m} \rightarrow \frac{1}{25} \cdot l = \frac{6,00}{25} = 24 \text{ cm}$   
 2,3/A,B

ANALISI DEI CARICHI

	copertura	trave
SOVRACCARICO	150 daN/m <sup>2</sup>	350 daN/m <sup>2</sup>
SOLAIO	300 daN/m <sup>2</sup>	300 daN/m <sup>2</sup>
FINITURA	100 daN/m <sup>2</sup>	100 daN/m <sup>2</sup>
INTONACO	30 daN/m <sup>2</sup>	—
TRAMEZZATURE	—	100 daN/m <sup>2</sup>
<b>TOTALE</b>	<b>580 daN/m<sup>2</sup></b>	<b>850 daN/m<sup>2</sup></b>

LINEARIZZAZIONE

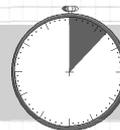
	$580 \times 0,50 =$	$850 \times 0,50 =$
q	290 daN/m	425 daN/m



DIAGRAMMI STATICI DI RIFERIMENTO

(T)  $T_A = T_B = \frac{q \cdot l}{2}$

(M)  $M_A = M_B = M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{12}$       $M = \phi \rightarrow x = 0,21 \cdot l$



TEMPO STIMATO  
10 minuti

T	870 daN	1275 daN
M	870 daNm	1275 daNm

Capitoli correlati

**3** COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?

**4** SOLAI

## LA TRAVE

## Analisi dei carichi e linearizzazione

Procediamo allo studio del successivo elemento, la trave, ripercorrendo le stesse fasi del solaio ed in parte riportando le informazioni ottenute.

Anche in questo caso ricordiamo di conteggiare anche il peso proprio presunto della trave che dimensioneremo con la regoletta empirica secondo cui lo spessore può assumersi come pari ad 1/12 della luce.

Va anche segnalato che mentre nel caso del solaio la linearizzazione del carico era evidenziata come una fase separata, in questo caso la praticità operativa ci dice che la linearizzazione è semplificata se effettuata contestualmente all'analisi.

SCHIZZI E DISEGNI

ANALISI DEI CARICHI E LINEARIZZAZIONE

	aperture		terra	
RIF. SOLAIO	$580 \times (3,00 + 3,60) =$	3828 daN/m	$850 \times (3,00 + 3,60) =$	5610 daN/m
P.P.P TRAVE	$2500 \times 0,30 \times 0,60 =$	450 daN/m	$2500 \times 0,30 \times 0,60 =$	450 daN/m
	<b>TOTALE</b>	<b>4278 daN/m</b>	<b>TOTALE</b>	<b>6060 daN/m</b>

Capitoli correlati

**3** COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?

**5** TRAVI E SBALZI

Procediamo allo studio del successivo elemento, la trave, ripercorrendo le stesse fasi del solaio ed in parte riportando le informazioni ottenute. Anche in questo caso ricordiamo di conteggiare anche il peso proprio presunto della trave che dimensioneremo con la regoletta empirica secondo cui lo spessore può assumersi come pari ad 1/12 della luce. Va anche segnalato che mentre nel caso del solaio la linearizzazione del carico era evidenziata come una fase separata, in questo caso la praticità operativa ci dice che la linearizzazione è semplificata se effettuata contestualmente all'analisi.

**DIAGRAMMI STATICI DI RIFERIMENTO**

	armatura	teoria
T	15401 daN	21896 daN
M	18481 daN	26179 daN

**CALCOLO DELLA SEZIONE E DELL'ARMATURA**

Fattore  $R_{ct} = 300 \rightarrow \sigma_{ct} = 37 \text{ daN/cm}^2$

Fattore  $R_{st} = 3600 \rightarrow \sigma_{st} = 3600 \text{ daN/cm}^2$

$$\alpha = 0,257$$

$$\xi = 0,001695$$

• sezione

$$h = \alpha \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,207 \cdot \sqrt{\frac{1848100}{30}} = 63,7 \text{ cm}$$

- Si prevede  $h = 64 \text{ cm} \rightarrow H = 64 + 3 = 67 \text{ cm}$

$$A_s = \xi \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_{st}}} = \xi \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_{st}}} \cdot b = 0,001695 \cdot \sqrt{1848100 \cdot 30} = 12,72 \text{ cm}^2$$

- Si prevede 5  $\phi 18$  con  $A_s = 12,72 \text{ cm}^2$

• teoria

$$h = \alpha \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,275 \cdot \sqrt{\frac{2617900}{30}} = 75,9 \text{ cm}$$

- Si prevede  $h = 76 \text{ cm} \rightarrow H = 76 + 3 = 79 \text{ cm}$

$$A_s = \xi \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_{st}}} = \xi \cdot \sqrt{\frac{M}{\sigma_{st}}} \cdot b = 0,001695 \cdot \sqrt{2617900 \cdot 30} = 15,02 \text{ cm}^2$$

- Si prevede 6  $\phi 18$  con  $A_s = 15,02 \text{ cm}^2$

NOTA: dal dimensionamento tabellare eseguito, si vede come le altezze H siano superiori a quelle ipotizzate; per questo si renderebbe necessario procedere ad una nuova analisi dei carichi per il peso proprio della trave e quindi o ad un nuovo progetto o ad una verifica.

**SCHEMI E DISEGNI**

MEZZERIA

INCASTRO

**TEMPO STIMATO**  
**10 minuti**

DISTINTA DEI FERRI

Capitoli correlati

3	COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?
5	TRAVI E SBALZI

## IL PILASTRO

## Analisi dei carichi e verifica della sezione

La struttura semplice e modesta nelle dimensioni, la costanza dei carichi nei solai ai due livelli e la presenza di soli due solai ci permettono di osare qualche cosa di più e vedere anche di dare un senso alle dimensioni dei pilastri. Si tratta ora di eseguire un piccolo calcolo di verifica delle tensioni facendo il rapporto fra il carico totale gravante e la sezione chiamata a farvi fronte e confrontando il risultato con la tensione ammissibile per il materiale. Qualora la verifica non sia soddisfatta non è assolutamente il caso di farsi prendere dal panico basta scrivere che la sezione non risulta efficace e che quindi sarà necessario prevederne una dalle dimensioni più generose.

► **PILASTRO** →  $40 \times 40 \text{ cm} - 4 \phi 16 \text{ con } A_s = 4,52 \text{ cm}^2$   
P5

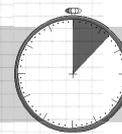
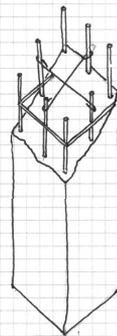
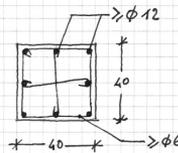
### ANALISI DEI CARICHI

SOLAI COPERTURA	$580 \times 6,60 \times 7,20$	27562 daN
SOLAI TERZA	$850 \times 6,60 \times 7,20$	40392 daN
P.P.P. TRAVE	$2500 \times 0,30 \times 0,60 \times (3,00 + 3,60 + 3,60) \times 2$	24840 daN
P.P.P. PILASTRO	$2500 \times 0,40 \times 0,40 \times 3,50$	1400 daN
P.P.P. MURO	$2500 \times 0,40 \times 0,40 \times 0,70$	280 daN
<b>TOTALE</b>		<b>94474 daN</b>

### VERIFICA DELLA SEZIONE

$$\sigma = \frac{N}{A_c} = \frac{94474}{40 \times 40 + 15 \times 4,52} = 56,65 \text{ daN/cm}^2 < 58 \text{ daN/cm}^2$$

### SCHIZZI E DISEGNI



TEMPO STIMATO  
15 minuti

► **FONDAZIONE** → PLINTO  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = 2,5 \text{ daN/cm}^2 \\ 2,50 \times 2,50 \times 1,00 \text{ m} \end{array} \right.$

### ANALISI DEI CARICHI

RIFORITO AL MURD		94474 daN
P.P.P. PLINTO	$2500 \times (2,50 \times 2,50 \times 1,00)$	15000 daN
<b>TOTALE</b>		<b>109474 daN</b>

### Capitoli correlati

**3** COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?

**6** PILASTRI

Spingiamoci ancora oltre procedendo all'analisi della fondazione, come si vedrà, se le fasi precedenti sono state correttamente svolte, affrontare la fondazione sarà un'operazione rapida e semplice che non comporta ulteriori problematiche se non quella di stare accorti a non scrivere sciocchezze. Si tratta ora di eseguire un piccolo calcolo di verifica delle tensioni facendo il rapporto fra il carico totale gravante e la sezione chiamata a farvi fronte e confrontando il risultato con la tensione ammissibile per il materiale.

Qualora la verifica non sia soddisfatta non è assolutamente il caso di farsi prendere dal panico basta scrivere che la sezione non risulta efficace e che quindi sarà necessario prevederne una dalle dimensioni più generose.

VERIFICA DELLA SEZIONE

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{109474}{250 \times 250} = 1,74 \text{ MN/m}^2 < 2,5 \text{ MN/m}^2$$

SCIZZI E DISegni

AMBITO PIU' FORTI FERRE ARMATURA AL FONDAMENTO

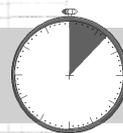
MAGLIONE

FERRE DI ARMATURA

100

250

$\alpha > 45^\circ \Rightarrow$  PUNTO MASSICCIO



TEMPO STIMATO  
**10 minuti**

Capitoli correlati

**3** COS'È L'ANALISI DEI CARICHI?

**6** PILASTRI

## 11.2 – Note conclusive

Come si è visto la scelta di quale struttura andare ad approfondire non è da sottovalutare, forse conviene investire in questo qualche secondo per non ritrovarsi in panne in fase di lavoro ormai avanzata e non più reversibile.

Questo significa che anche edifici di modesta entità possono nascondere al loro interno situazioni complesse in fase di analisi statica, una possibilità che diventa certezza in presenza di edilizia impegnativa quali edifici a torre o linee che non presentano grosse complicazioni nell'analisi di solai e travi, di certo le cose si complicano per il gran numero di impalcati impilati l'uno sull'altro nell'analisi dei pilastri e diventano pressoché impossibili (il giorno dell'esame) per le fondazioni.

Qui di seguito vogliamo riportare una tabella riassuntiva dei vari step da affrontare dei tempi relativi ad ogni fase per poter essere ancora entro tempo utile:

Struttura	Step	Tema semplice	Tempo
...	1	Pianta della carpenteria e prescrizione dei materiali	7'
solaio	2a	analisi dei carichi	5'
	2b	linearizzazione	1'
	2c	diagrammi statici	3'
	2d	schizzi e disegni	5'
trave	3a	analisi dei carichi e linearizzazione	2'
	3b	diagrammi statici	3'
	3c	calcolo della sezione e dell'armatura (copertura - terra)	5'
	3d	schizzi e disegni	5'
pilastro	4a	analisi dei carichi	3'
	4b	verifica della sezione	1'
	4c	schizzi e disegni	4'
fondazione	5a	analisi dei carichi	2'
	5b	verifica della sezione	1'
	5c	schizzi e disegni	2'
			<b>49'</b>

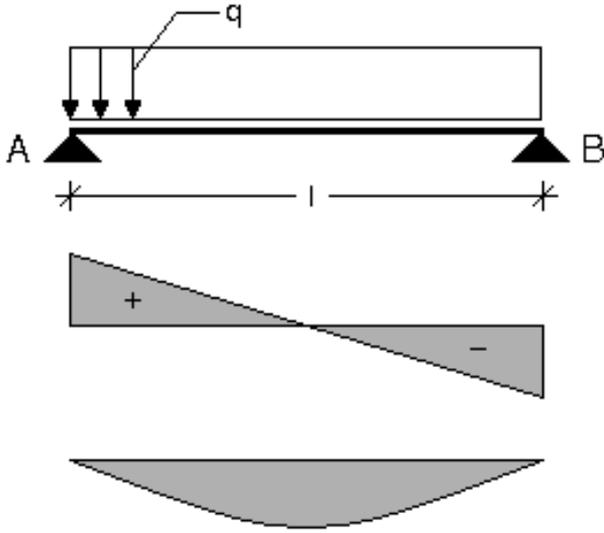
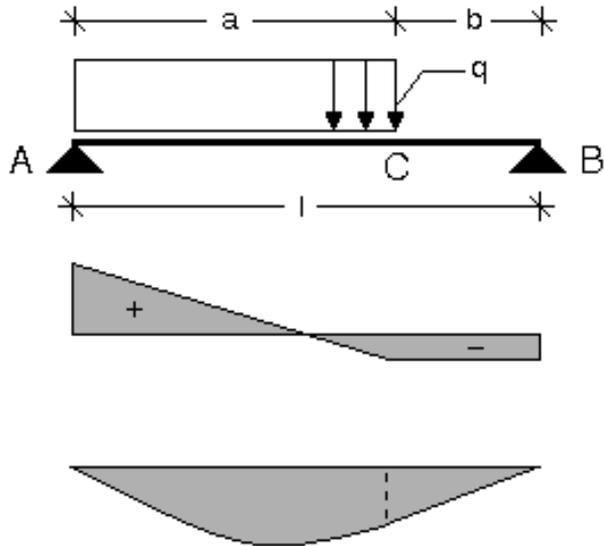
# APPENDICE

## SCHEMI STATICI COMUNI DI RIFERIMENTO

Nella tabella riassuntiva a seguire sono riportati, in aggiunta a quelli già visti nel corso del capitolo 1, ulteriori schemi statici di riferimento diversamente caricati con le relative espressioni per il calcolo delle reazioni vincolari, nonché del taglio e del momento nelle sezioni più significative.

A seguire un prontuario legislativo di riferimento.

# TRAVI APPOGIATE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
	 <p>The diagram shows a beam of length <math>l</math> supported at points A and B. A uniformly distributed load <math>q</math> is applied downwards. The shear force diagram is a straight line starting at <math>q \cdot l/2</math> at A and ending at <math>-q \cdot l/2</math> at B, crossing zero at the center. The bending moment diagram is a downward-opening parabola with its maximum value at the center.</p>	$R_A = R_B = (q \cdot l)/2$ $T_A = R_A = (q \cdot l)/2$ $T_B = -R_B = -(q \cdot l)/2$ $M_A = M_B = 0$ $M_{MAX} = (q \cdot l^2)/8$
 <p>The diagram shows a beam of length <math>l</math> supported at points A and B. A triangularly distributed load <math>q</math> is applied downwards, starting at 0 at support A and reaching its maximum value <math>q</math> at point C, which is at a distance <math>a</math> from A and <math>b</math> from B. The shear force diagram is a curve that starts at <math>q \cdot a^2/2l</math> at A and ends at <math>-q \cdot b^2/2l</math> at B, crossing zero at point C. The bending moment diagram is a cubic curve with its maximum value at point C.</p>	$R_A = [q \cdot a \cdot (a+2b)]/2l$ $R_B = (q \cdot a^2)/2l$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = 0$ $M_C = (q \cdot a^2 \cdot b)/2l$ $M_{MAX} = R_A^2 / q$	

TRAVI APPOGIATE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = R_B = (q \cdot a)/2$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = 0$ $M_C = M_D = (q \cdot a \cdot b)/l$ $M_{MAX} = [(q \cdot a)/8] \cdot (2l - a)$
	$R_A = R_B = q \cdot a$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = 0$ $M_{MAX} = M_{C-D} = (q \cdot a^2)/2$	

# TRAVI APPOGIATE

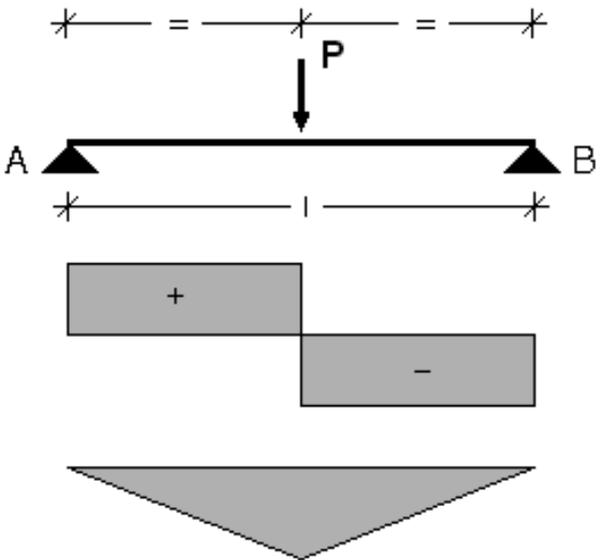
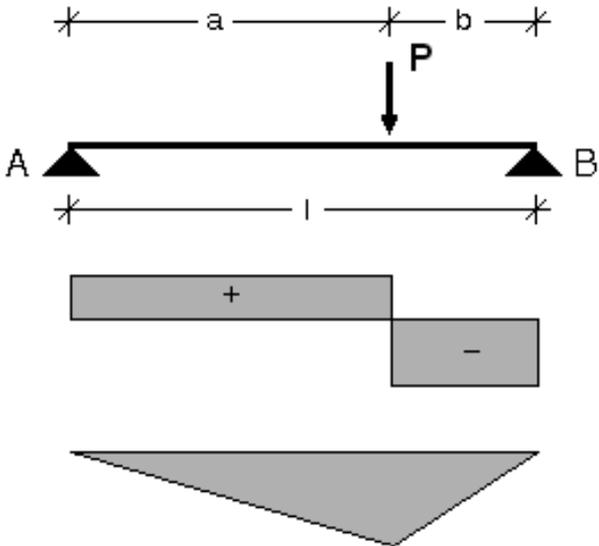
CARICHI DISTRIBUITI

DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
	$R_A = (q \cdot l) / 6$ $R_B = (q \cdot l) / 3$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = 0$ $M_{MAX} = (q \cdot l^2) / 15,59$
	$R_A = R_B = [q \cdot (l+2a)] / 2$ $T_A^- = T_B^+ = q \cdot a$ $T_A^+ = T_B^- = (q \cdot l) / 2$ $M_A = M_B = (q \cdot a^2) / 2$ $M_{MAX} = q \cdot [(l^2/8) - (a^2/2)]$

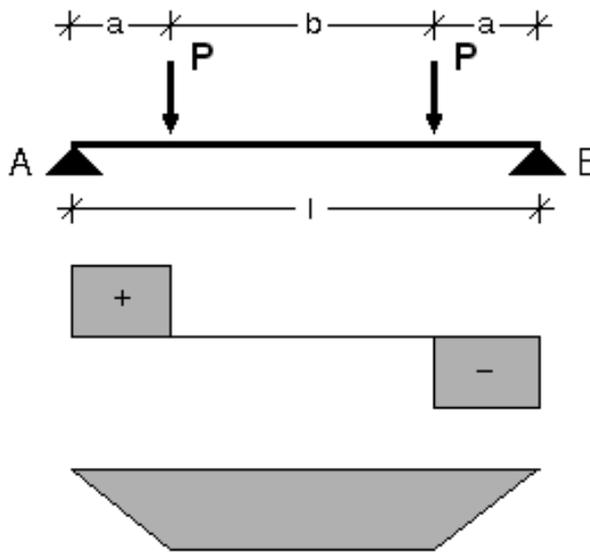
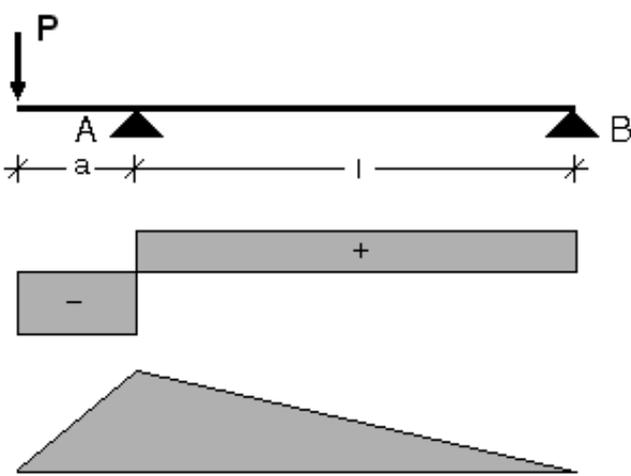
TRAVI APPOGGIATE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = [q \cdot (l+a)^2] / 2l$ $R_B = [q \cdot (l^2 - a^2)] / 2l$ $T_A^- = q \cdot a$ $T_A^+ = -q \cdot a + R_A$ $T_B^- = R_B$ $M_A = (q \cdot a^2)/2$ $M_{MAX} = R_B^2 / 2q$

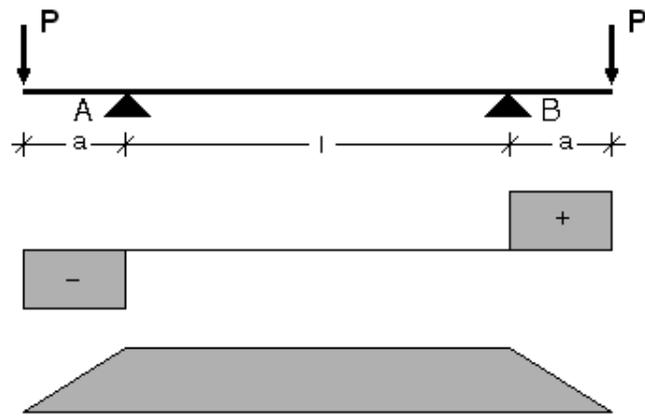
# TRAVI APPOGIATE

CARICHI CONCENTRATI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = R_B = P/2$ $T_A = R_A = P/2$ $T_B = -R_B = -P/2$ $M_A = M_B = 0$ $M_{MAX} = (P \cdot l)/4$
	$R_A = (P \cdot b)/l$ $R_B = (P \cdot a)/l$ $T_A = R_A = P/2$ $T_B = -R_B = -P/2$ $M_{MAX} = (P \cdot a \cdot b)/l$	

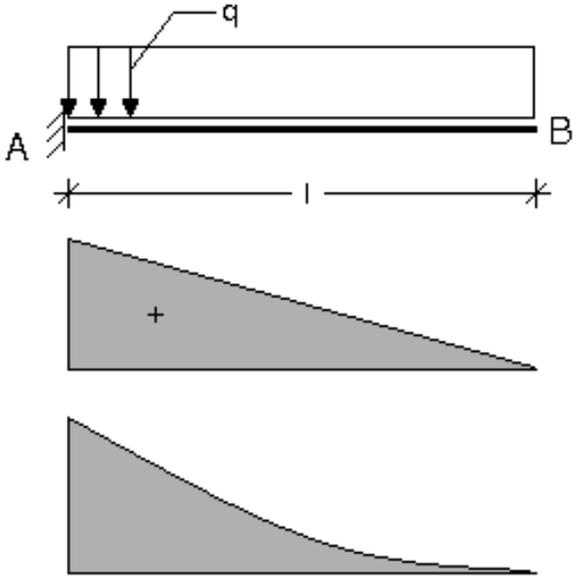
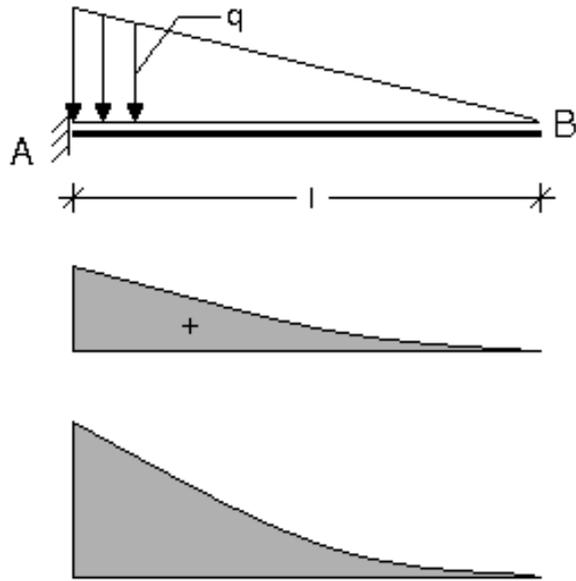
TRAVI APPOGIATE

CARICHI CONCENTRATI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = R_B = P$ $T_A = R_A = P$ $T_B = -R_B = -P$ $M_{MAX} = P \cdot a$
	$R_A = P \cdot [(l+a)/l]$ $R_B = -P \cdot (a/l)$ $T_A = -P$ $T_B = R_B$ $M_{MAX} = M_A = -P \cdot a$	

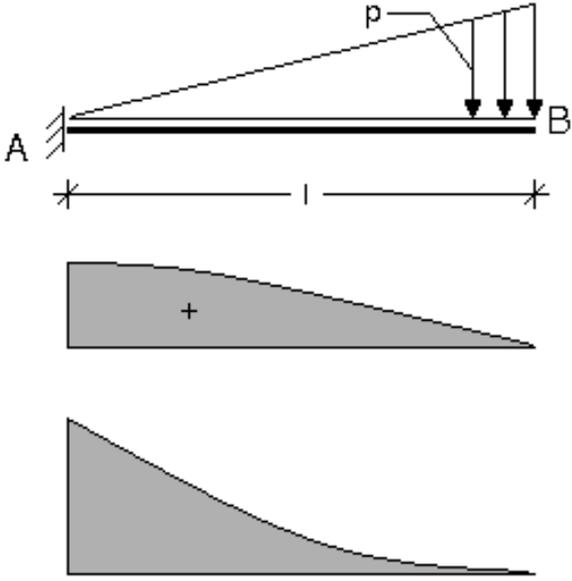
# TRAVI APPOGIATE

CARICHI CONCENTRATI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
	 <p>The diagram shows a beam of length <math>l</math> supported at points <math>A</math> and <math>B</math>. Two point loads <math>P</math> are applied at distances <math>a</math> from each support. The shear force diagram shows a constant shear force of <math>-P</math> from <math>A</math> to <math>B</math>, with a jump to <math>+P</math> at <math>B</math>. The bending moment diagram shows a trapezoidal shape with a maximum moment of <math>-P \cdot a</math> at both supports. The shear force diagram is a trapezoid with a constant value of <math>-P</math> between <math>A</math> and <math>B</math>.</p>	$R_A = R_B = P$ $T_A = -R_A = -P$ $T_B = R_B = P$ $M_{MAX} = M_A = M_B = -P \cdot a$

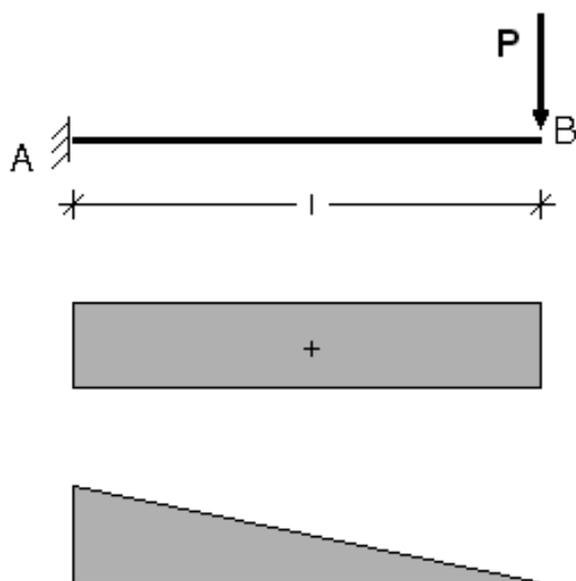
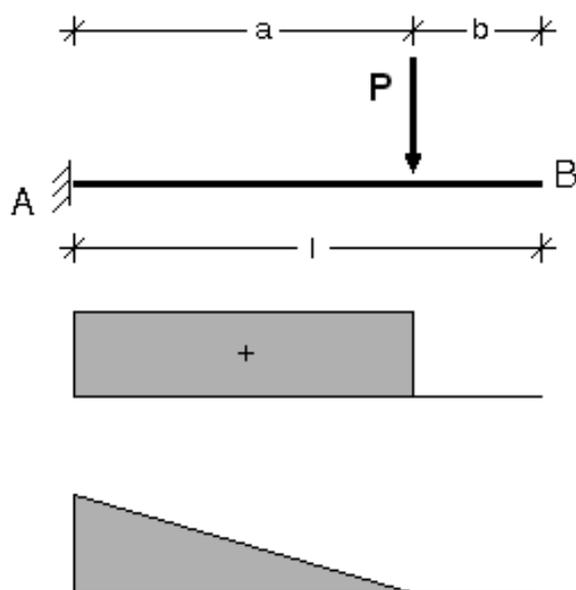
TRAVI INCAstrate - MENSOLE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = q \cdot l$ $T_A = R_A = q \cdot l$ $T_B = 0$ $M_B = 0$ $M_{MAX} = M_A = (q \cdot l^2)/2$
	$R_A = (q \cdot l)/2$ $T_A = R_A = (q \cdot l)/2$ $T_B = 0$ $M_B = 0$ $M_{MAX} = M_A = (q \cdot l^3)/6$	

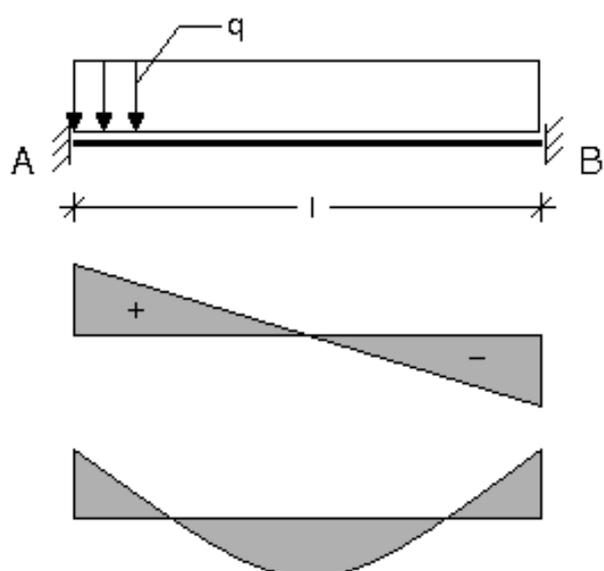
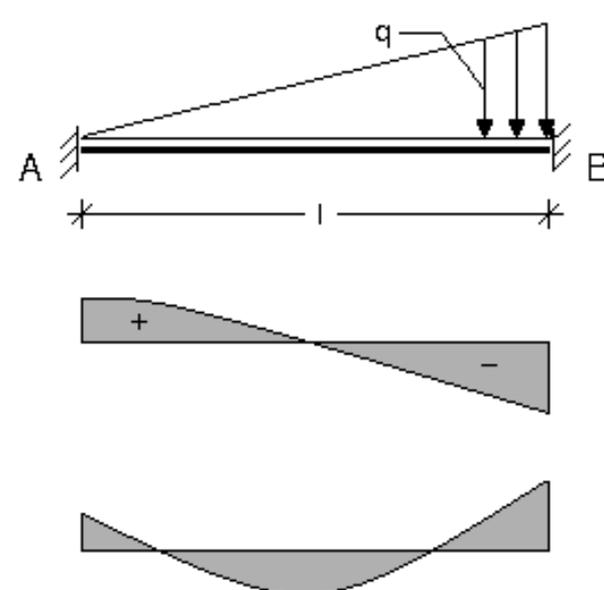
# TRAVI INCAstrate - MENSOLE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = (q \cdot l)/2$ $T_A = R_A = (q \cdot l)/2$ $T_B = 0$ $M_B = 0$ $M_{MAX} = M_A = (q \cdot l^2)/3$

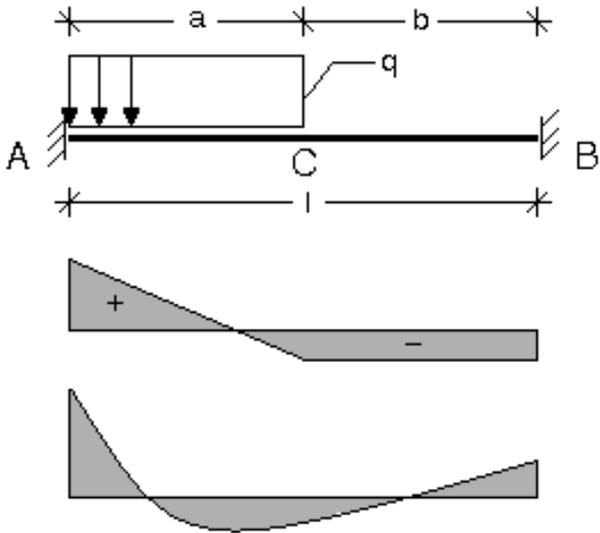
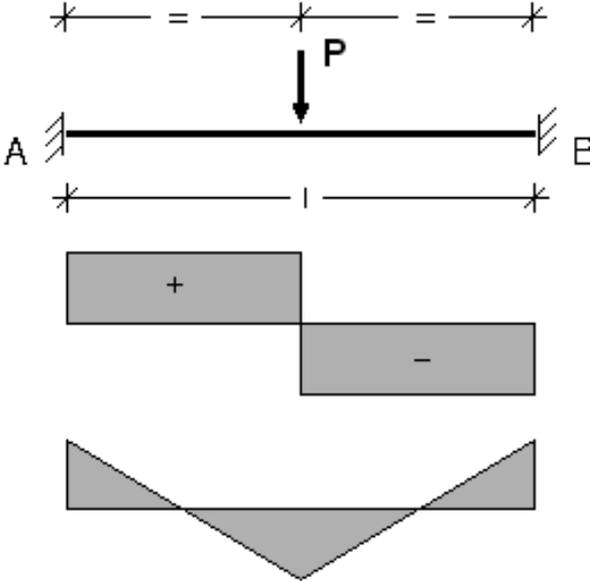
TRAVI INCAstrate - MENSOLE

CARICHI CONCENTRATI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = P$ $T_A = T_B = P$ $M_B = 0$ $M_{MAX} = M_A = P \cdot l$
	$R_A = P$ $T_A = P$ $T_B = 0$ $M_B = 0$ $M_{MAX} = M_A = P \cdot a$	

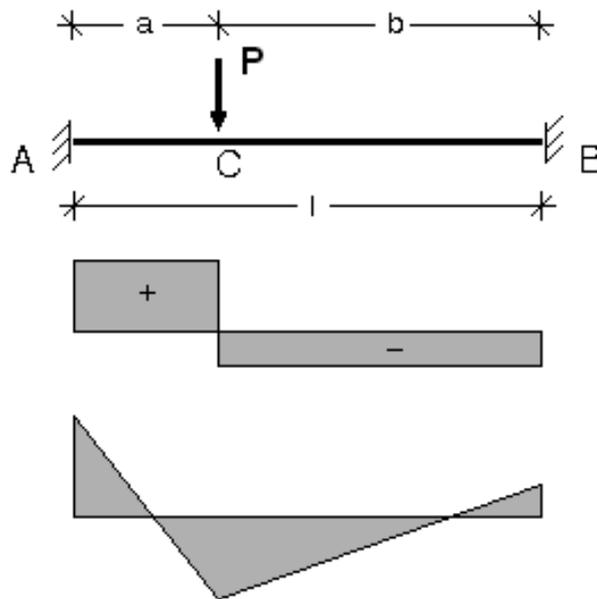
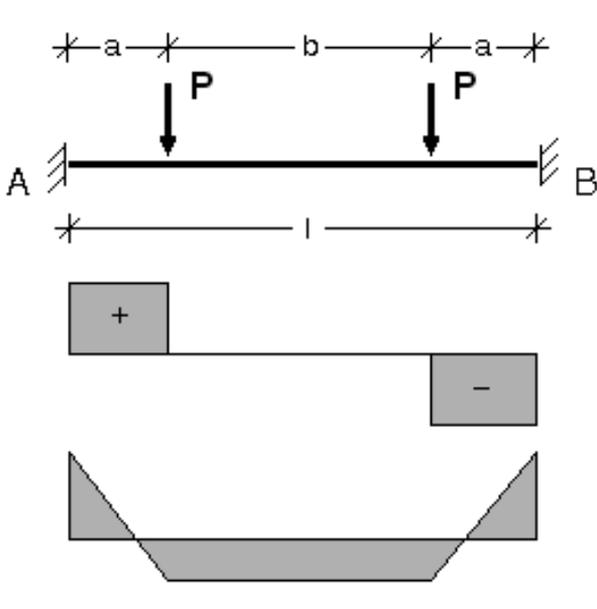
# TRAVI DOPPIAMENTE INCASTRATE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = R_B = (q \cdot l)/2$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = (q \cdot l^2)/12$ $M_{MAX} = (q \cdot l^2)/24$
	$R_A = (3 q \cdot l)/20$ $R_B = (7 q \cdot l)/20$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = (q \cdot l^2)/30$ $M_B = (q \cdot l^2)/20$ $M_{MAX} = (q \cdot l^2)/46,6$	

**TRAVI DOPPIAMENTE INCASTRATE**

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_B = q \cdot a^3 \cdot \frac{2l-a}{2l^3}$ $R_A = q \cdot a - R_B$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$
	$R_A = R_B = P/2$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = (P \cdot l)/8$ $M_{MAX} = (P \cdot l)/8$	

# TRAVI DOPPIAMENTE INCASTRATE

CARICHI DISTRIBUITI	DIAGRAMMI	REAZIONI VINCOLARI TAGLIO E MOMENTO
		$R_A = [(P \cdot b^2)/l^3] \cdot (l - 2a)$ $R_B = P - R_A$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = (P \cdot a \cdot b^2)/l^2$ $M_B = (P \cdot a^2 \cdot b)/l^2$ $M_{MAX} = 2 [(P \cdot a^2 \cdot b^2)/(l^3)]$
	$R_A = R_B = P$ $T_A = R_A$ $T_B = -R_B$ $M_A = M_B = [-(P \cdot a)/l] \cdot (l - a)$ $M_{MAX} = (P \cdot a^2)/l$	